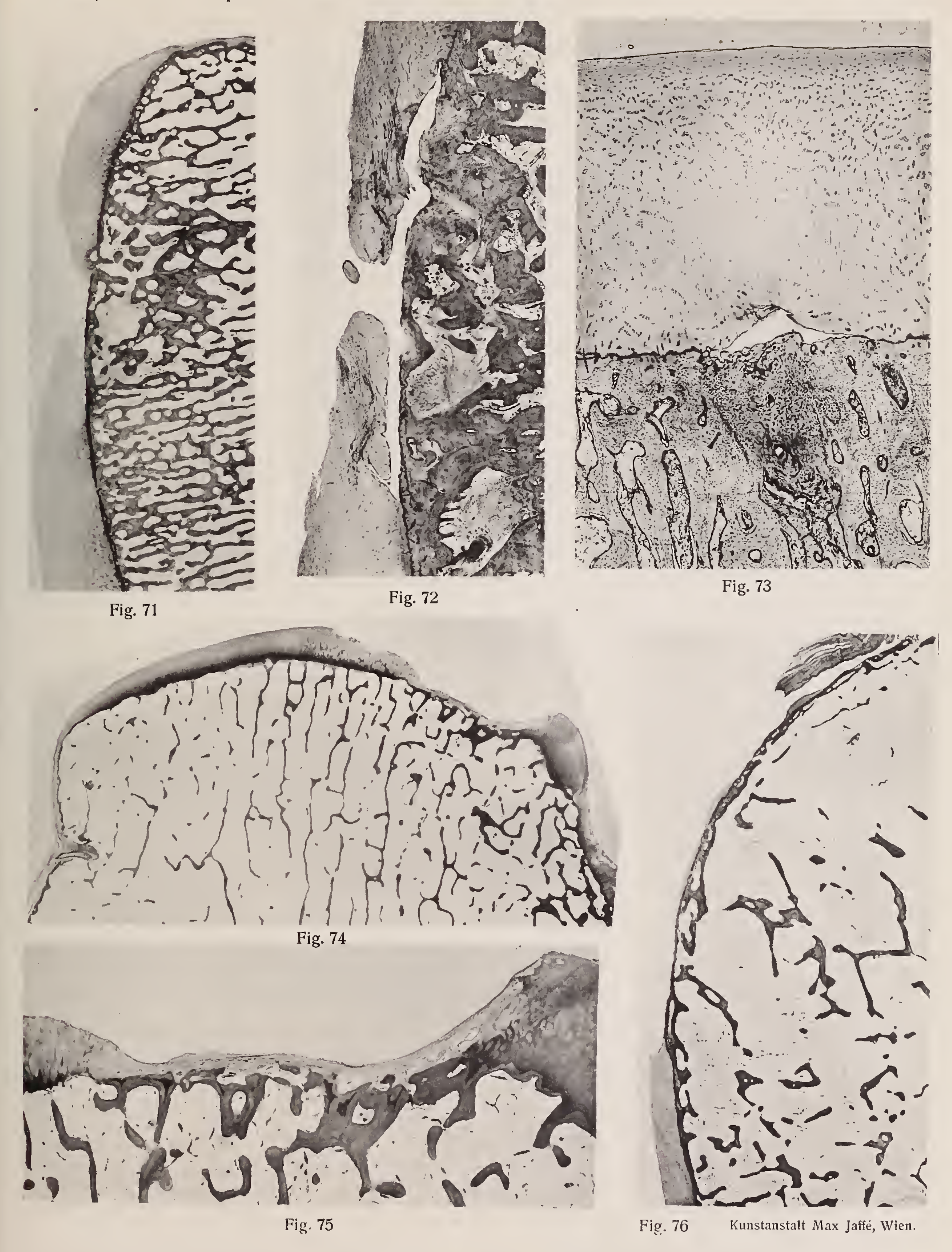


Fig. 71

Fig. 72

Fig. 73

Fig. 74

Fig. 75

Fig. 76

Kunstanstalt Max Jaffé, Wien.



ÜBER GEZEITENERSCHEINUNGEN IN DEN SCHWANKUNGEN DER STATIONSPOLHÖHEN

VON

R. SCHUMANN

Mit 6 Textfiguren und 3 Tafeln

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 23. JÄNNER 1913

INHALT.

§ I.

Einleitung. Anlaß zu weiteren Untersuchungen.

Die Reduktionen und Diskussionen der Beobachtungen zur Breitenvariation befassen sich beinahe ausschließlich mit der Ableitung der Koordinaten x und y für eine »Polbahn« und des von Herrn Kimura 1902 berechneten z-Gliedes. Im Jahre 1905 machte Herr Schnauder auf ein bemerkenswertes, systematisches Verhalten sukzessiver Jahresschlußfehler aufmerksam [1], das sich bei der von ihm gemeinsam mit Herrn Hecker in Potsdam 1894 bis 1900 beobachteten Polhöhenreihe gezeigt hatte. Es gelang ihm, das Systematische dadurch ersichtlich zu machen, daß er periodisch veränderliche Deklinationen einführte; trotz einer Besserung in der Übereinstimmung der Jahresschlußfehler wurde aus naheliegenden Gründen davon abgesehen, dies rein numerische Resultat weiter zu verfolgen. In den nachher erschienenen Bänden II, III, IV der Resultate des internationalen Breitendienstes [2] findet man auf den Seiten 136, 62/3, 160 und 250 die entsprechenden Reihen sukzessiver Schlußfehler der internationalen Stationen des Nord- und des Südparallels. Eine vollständige Zusammenstellung aus den Jahren 1900 bis 1909 für den Nordparallel findet man in unserer Tabelle I.

Diese Schlußfehler mit ihren langsamen Schwankungen sind deswegen von besonderer Wichtigkeit, weil sie ihrer Definition nach frei sind von den Fehlern in den angenommenen Deklinationen. Nach dem bei der üblichen Kettenmethode eingeschlagenen Reduktionsverfahren wird es bekanntlich nötig, Deklinationsverbesserungen für die einzelnen Sterngruppen aus den Beobachtungen abzuleiten; von der Reduktion der einzelnen Sterne auf ihr Gruppenmittel möge hier abgesehen werden. Die Beobachtungsreihe einer Gruppe zerfällt in zwei Teile; während des ersten wird sie an jedem Abend zusammen mit der nachfolgenden Gruppe beobachtet. Bezeichnet man mit I_1^1 und I_2^1, II_1^1 und II_2^1 u. s. f. die abschnittweisen Gruppenmittel des ersten Jahres, mit I_1^2 und I_2^2 u. s. f. die des zweiten Jahres, so müßten zunächst die Unterschiede $I_2^1-II_1^1$, $I_2^2-II_1^2$ u. s. f. untereinander innerhalb zulässiger Grenzen übereinstimmen, entsprechend $II_2^1-III_1^1$ mit $II_2^2-III_1^2$ u. s. f. Die Übereinstimmung unter den beobachteten Differenzen ist keineswegs befriedigend, wie unter andern eine Durchsicht der Tabelle: Beobachtete Gruppenreduktion auf p. 28 der zitierten Abhandlung des Herrn Schnauder lehrt.

Die Reihe der sukzessiven Schlußfehler lautet:

$$(I_2^1-II_1^1)+(II_2^1-III_1^1)+\;.\;\;.\;\;.+(XII_2^1-I_1^2),$$

$$(II_2^1-III_1^1)+(III_2^1-IV_1^1)+\;.\;\;.+(I_2^2-II_1^2)\text{ u. s. f.}$$

Die Zwischenzeit zwischen den Epochen der beiden Mittel einer Klammer ist rund 2^h; wenn man nur langperiodische Polhöhenschwankungen (1 Jahr, $14^1/_2$ Monate) annimmt, so darf man hier von der geringen Veränderung während der zwei Stunden absehen. Bezeichnet man mit $\Delta\delta_1, \Delta\delta_2 \ldots \Delta\delta_{12}$ die Deklinationsverbesserungen der Gruppenmittel, so dürfte man weiter setzen $(I_2^1-II_1^1) = \Delta\delta_1-\Delta\delta_2$ u. s. f. Da

$$(\Delta\delta_1-\Delta\delta_2)+(\Delta\delta_2-\Delta\delta_3)+\;.\;\;.+(\Delta\delta_{12}-\Delta\delta_1)\equiv 0,$$

$$(\Delta\delta_2-\Delta\delta_3)+(\Delta\delta_3-\Delta\delta_4)+\;.\;\;.+(\Delta\delta_1-\Delta\delta_2)\equiv 0$$

ist, so erkennt man, daß der theoretische Wert eines Schlußfehlers 0 ist.

---

[1] Die Polhöhe von Potsdam, III. Heft. Veröffentlichung des kgl. Preußischen Geodätischen Institutes. Neue Folge, Nr. 20, p. 32.

[2] Resultate des Internationalen Breitendienstes, von Th. Albrecht und B. Wanach. Zentralbüro der Internationalen Erdmessung; neue Folge der Veröffentlichungen Nr. 8, 13, 18, 22; Berlin 1903, 1906, 1909, 1911. Diese Veröffentlichungen werden im folgenden der Kürze wegen unter der Bezeichnung: »Resultate....« aufgeführt.

Diese theoretische Forderung ist nun bei weitem nicht erfüllt; diese Summen von je 12 Differenzen beobachteter Größen zeigen Schwankungen von ein- bis dreijähriger Dauer und mit doppelt so großer Amplitude als die Polhöhenschwankung selbst; ihr Verlauf ist auf verschiedenen Stationen sehr verschieden, sogar bei so benachbarten Stationen wie Gaithersburg und Cincinnati, wie Tabelle I lehrt.

Eine notwendige und hinreichende Erklärung für das Entstehen und den Verlauf dieser Schlußfehler und infolgedessen veränderlicher Deklinationskorrektionen fehlt bisher. Daß wegen dieser Lücke die Reduktion der Beobachtungen zur Breitenvariation an dieser Stelle stillsteht, ist in einer früheren Arbeit des Verfassers bereits angedeutet worden. [1] Wird die Reduktion nach dem üblichen Schema mit einem Mittel über solche veränderlichen Schlußfehler durchgeführt, so kann dies nur ein Notbehelf sein, der zu definitiven Ergebnissen nicht führen kann.

In einer ähnlichen Lage befand sich Herr Küstner, als sich bei der Diskussion seiner für die Frage der Polhöhenschwankung fundamentalen Arbeit über die Aberrationskonstante [2] Grund für den Verdacht ergab, »daß die Polhöhe selbst merkliche Schwankungen während der Beobachtungsreihe erfahren habe.« In vorbildlicher Weise faßte Herr Küstner folgenden Entschluß: »Die ganze Reihe selbst muß aber leider gleichzeitig, um dies sofort hervorzuheben, als nicht geeignet für die Bestimmung dieser Konstante erklärt werden, indem sie in sich nicht genügende Mittel zur Eliminierung solcher Schwankungen darbietet, aus dem Grunde, weil nicht gleichzeitig Maxima und Minima der Aberrationswirkungen beobachtet worden sind, das heißt weil die benutzten Sternpaare sich nicht über den ganzen Umkreis durch alle Stunden der Rektaszension verteilen.«

Zur Erklärung der Schlußfehler bleiben noch Fehler in den Voraussetzungen übrig; dabei kommen in Betracht: fehlerhafte Koeffizienten (hauptsächlich in der Nutation und der Aberration), Veränderung der Polhöhe während der Beobachtung der beiden Gruppen eines Abends.

Nach dem Erscheinen der Bearbeitung der ersten vier Jahre der schon erwähnten sechsjährigen Potsdamer Reihe durch Herrn Hecker fiel mir im Jahre 1900 auf, daß eine vom üblichen Reduktionsverfahren wesentlich abweichende Ableitung der Polhöhenschwankung eine neue auffällige Eigenschaft zeigte. Um von den damals schon verdächtigen Deklinationsverbesserungen frei zu werden, leitete ich die Veränderung der Polhöhe mit der Zeit ab durch sukzessive Summation der Differenzen $(II_2^1 - II_1^1) = \Delta_2\,\Phi$, $(III_2^1 - III_1^1) = \Delta_3\,\Phi$ usf; eine so entstehende Summe sei allgemein mit $\Sigma\Delta\Phi$ bezeichnet. Diese $\Sigma\Delta\Phi$ sind wie die Schlußfehler frei von den wahren Deklinationsverbesserungen. Sie unterliegen ebenfalls der Bedingung, daß keine merklichen abendlichen Veränderungen der Polhöhe stattfinden, außerdem aber, im Gegensatz zu den Schlußfehlern, noch der weiteren Bedingung, daß zwischen den Epochen der beiden Gruppenmittel einer Klammer keine anderweiten Veränderungen eintreten dürfen als die vorausgesetzten, langperiodischen Schwankungen. Wären diese Bedingungen erfüllt, so müßte die Kurve der $\Sigma\Delta\Phi$ mit der auf übliche Art abgeleiteten Kurve der Stationspolhöhe übereinstimmen. Dies ist bei weitem nicht der Fall; die Kurve der $\Sigma\Delta\Phi$ aus der Potsdamer Reihe steigt für jedes Jahr um $+0\overset{''}{.}17$ an, diejenigen des 39. Parallels zeigen jährliche Abstiege, die zwischen $0''$ und $-0\overset{''}{.}32$ liegen. [3] Die Größen $\Sigma\Delta\Phi$ sind zwar aus denselben Größen zusammengesetzt wie die Schlußfehler, es können in ihnen aber doch wesentlich andere Einflüsse summiert werden. Dies sei beispielsweise an dem Einfluß eines Aberrationsfehlers gezeigt.

Im Ergänzungsheft 11 wird auf p. 17 dargetan, daß man wegen des im Beobachtungsprogramm des Internationalen Breitendienstes bestehenden Rhythmus zwischen Rektaszension, Tageszeit und Sonnenlänge die Aberrationsformel näherungsweise in die Gestalt bringen kann:

$$\sin t_\odot \sin \varphi - \cos \alpha_\odot \cos \varphi \sin \varepsilon,$$

[1] Numerische Untersuchung über Polhöhenschwankung und Aberrationskonstante. Ergänzungsheft Nr. 11 zu den Astronomischen Nachrichten. Kiel 1906. Diese Abhandlung wird im folgenden unter der Bezeichnung: Ergänzungsheft 11 zitiert werden.

[2] Neue Methode zur Bestimmung der Aberrationskonstante nebst Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Polhöhe, von Dr. F. Küstner; aus den Astronomischen Beobachtungen auf der königlichen Sternwarte zu Berlin, 1888, p. 46.

[3] Ergänzungsheft 11, p. 2 und 3.

wobei $t_{\odot}$ und $\alpha_{\odot}$ Stundenwinkel und Rektaszension der Sonne, ε die Schiefe der Ekliptik bedeuten und wo anstatt der Deklination eines Horrebow-Talkott-Sternpaares die Polhöhe φ eingesetzt ist. Da $\alpha_{\odot}$ sich in den zwei Stunden zwischen den beiden Gruppenmitten höchstens um einige Minuten ändern kann, geht das zweite Glied nur mit verschwindendem Betrage in die Schlußfehler ein. Im Gegensatz hierzu kommen bei den $\Sigma\Delta\Phi$ die Änderungen beider Glieder in Betracht; weiters über den Einfluß der Aberration siehe § 3, p. 31.

Wie bei den Schlußfehlern und den Deklinationsverbesserungen, so treten namentlich bei den $\Sigma\Delta\Phi$ Summationen von Differenzen beobachteter Größen auf; rechnerisch nimmt demzufolge das Gewicht entsprechend ab. Indessen kann dieser Umstand allein noch nicht über Wert oder Unwert entscheiden, da noch zu große Widersprüche zwischen innerer und äußerer Genauigkeit bei den Beobachtungen zur Breitenvariation bestehen. Für die $\Sigma\Delta\Phi$ bleibt der Charakter einer sehr erwünschten Kontrolle der Polhöhenschwankung aus den Beobachtungen selbst bestehen.

Eine vollständige Zusammenstellung der $\Sigma\Delta\Phi$ der sechs Stationen des 39. Parallels zwischen 1900·0 und 1909·0 gibt Tabelle II.

Auf die in den Breitenschwankungs-Beobachtungen bestehenden Mißstimmigkeiten wird an verschiedenen Stellen der Literatur hingewiesen. Eine schöne Übersicht über die ganze Polhöhenfrage gibt eine Arbeit des Herrn Pasquier[1]; man findet darin eine vollständige Zusammenstellung der einschlägigen Literatur und der Entstehung der Polhöhenfrage sowie Besprechungen der mehrfachen größeren und kleineren Widersprüche. Aus neuerer Zeit sei hervorgehoben ein Bericht[2] des Naval Observatory über Beobachtungen im I. Vertikal, die sich über einen Meton'schen Zyklus erstrecken; der genannte Bericht enthält auf p. 9 folgende interessante Bemerkung:

For the purpose of comparing the variations of latitude obtained at this observatory with those secured at stations in the immediate vicinity, the published results at Philadelphia, Cincinnati, and Gaithersburg, which were secured with the zenith telescope, have been plotted on ruled paper. The latitudes secured with the prime vertical transit instrument have also been plotted thereon for the purpose of studying the curve that will best represent the variation of each.

An inspection of these four curves indicates, in certain parts, that the numerical value of the variation and its phase do not correspond and that the two forms of instruments give different values. The cause for this difference in the variation of latitude between the two forms of instrument has been carefully searched for in the prime vertical observations and it cannot be found.

Herr Rudzki stellt fest[3], daß der Verlauf der »Polbahn« gar nicht dem zu erwartenden entspreche; ...daß das Phänomen der Breitenvariation noch manches Rätsel biete; ...daß man sich des Gefühls einer gewissen Unsicherheit nicht erwehren könne.

Kürzlich hat Herr Ross eine interessante Studie[4] über das z-Glied und die Aberrationskonstante gegeben, in der die auffälligen Widersprüche bei der Bestimmung dieser Konstanten aus den Beobachtungen zur Breitenvariation drastisch vor Augen geführt werden.

Auch in den »Resultaten...« wird mehrfach auf systematische Beeinflussungen oder lokale Einflüsse hingewiesen; deren Beträge werden stellenweise für so beträchtlich geschätzt, daß den scheinbar davon betroffenen Werten geringeres Gewicht erteilt wird.[5]

---

1 Sur les variations de la latitude et les déviations de la verticale, par Ernest Pasquier, Prof. à l'université de Louvain 1911.

2 Synopsis of the report of the superintendent of the United States Naval Observatory for 1909.

3 Physik der Erde, von Dr. M. Rudzki, Leipzig 1911, p. 139 bis 141.

4 The Kimura Term in the latitude variation and the constant of aberration, by F. E. Ross. Astronomische Nachrichten, Band 192, Nr. 4593, 1912.

5 Siehe auch: Beilagen zum Bericht über den Internationalen Breitendienst. A. Resultate der Breitenbeobachtungen in Oncativo, p. 11; Hamburg 1912. Man beachte den systematischen Verlauf der elf eingeklammerten Werte B. bis R., die von der Berechnung einer mittleren Abweichung ausgeschlossen werden.

Von den in den Beobachtungen zur Breitenvariation herrschenden Fluktuationen gibt das in den Bänden I bis IV der »Resultate...« gebotene Zahlenbild eine teilweise Übersicht; ein vollständigeres Zahlenbild müßte unter anderm noch enthalten:

Darstellungen und Untersuchungen der Schlußfehler; Untersuchung des Einflusses ihrer Veränderlichkeit auf die »Polbahn«.

Die An- und Abstiege sowie die Schwankungen der $\Sigma \Delta \Phi$ nebst Untersuchungen.

Untersuchungen nach den Grundsätzen der harmonischen Analyse, soweit sich diese anwenden läßt.

Vergleiche zwischen Polhöhenschwankung, Schlußfehlern und $\Sigma \Delta \Phi$ aus den dem Zenit nahen Sternen mit jenen aus den Refraktionssternen für 1900·0 bis 1906·0.

Systematische Fehleruntersuchungen mit Rücksicht auf Veränderlichkeit zwischen den Gruppen eines Abends.

Ein bedeutendes Anrecht auf ein vollständigeres Zahlenbild haben die zahlreichen mathematischen Autoren, die sich mit der Polhöhenschwankung beschäftigt haben. Von größter Bedeutung ist die durch Herrn Newcomb gewonnene Erkenntnis, daß der Grad der Nachgiebigkeit des Erdkörpers dessen freie Nutation wesentlich beeinflussen könne.

Gelingt die mathematische Synthese der Polhöhenschwankung, so tritt an die Stelle beständiger Bestimmung der Schwankung die Kontrolle der im voraus berechneten Bahn, und zwar auf Stationen, die der Theorie entsprechend nach Lage und Zahl festgesetzt werden können; ferner kann der ebenfalls nur als Notbehelf anzusehende sogenannte »graphische Ausgleich« der Stationskurven, der im wesentlichen im Ziehen einer mittleren Kurve aus freier Hand besteht, ohne daß der Nachweis zur Berechtigung zu dieser Operation vorliegt, ersetzt werden durch eine begründete numerische Ausgleichung.

Als sehr wichtig hebe ich ferner hervor die leider schmerzliche Erkenntnis, zu der Herr Sommerfeld nach Abschluß seiner lichtvollen, mathematischen, graphischen und numerischen Untersuchungen über die für den Zeitraum 1890 bis 1900 berechnete »Polbahn« kommt[1]: »Überhaupt verdient die Frage alle Beachtung, weshalb die freien Nutationen der Erdachse so kompliziert und teilweise regellos ausfallen, während doch die erzwungenen Nutationen sich streng gültigen mathematischen Gesetzen fügen.«

Die bisherigen mathematischen Darstellungsversuche sind nicht erfolgreich gewesen. Nun ist aber für den Mathematiker ein wichtiges Moment bei der Untersuchung von Funktionen deren Stetigkeit, und auch in dieser Hinsicht besteht bei den hier in Betracht kommenden, von der Beobachtung gelieferten Funktionen (Stationspolhöhen, »Polbahn«) eine wesentliche Lücke; sie sind keine Kontinua, sondern abzählbare Punktreihen. Die Mittel der beiden Gruppen eines Tages liegen nur zwei Stunden gleich $^1/_{12}$ Tag auseinander, $^{11}/_{12}$ des Tages bleiben unkontrolliert; selbst bei der verdienstvollen 4-Gruppenreihe der Herren Kimura und Nakano[2] bleiben noch $^3/_4$ des Tages unkontrolliert. Es ist ein weiteres Verdienst des Herrn Schnauder, nachgewiesen zu haben[3], daß zwischen den mittleren Epochen der beiden Gruppen eines Abends sich »Änderungen irgendwelcher Art« ». . im wesentlichen gleichsinnig vollzogen haben«; diese wichtige Erkenntnis wurde bereits im Jahre 1905 veröffentlicht, sie wurde gewonnen einfach durch vorurteilslose, rationelle Fehleruntersuchung.

Auch auf den sprungweisen Übergang zu einer um 2^h verschiedenen Sternzeit beim Gruppenwechsel ist hier hinzuweisen.

Der Mathematiker geht aus von Differentialen der Zeit, der Masse und der Lage; er kommt entweder durch strenge, einwandfreie, geschlossene Rechnungen (wie Integrationen) zu endlichen geschlossenen Gleichungen, oder bei Entwicklungen nach Größenordnungen zu stufenweisen Näherungen, oder er untersucht in zweifelhaften Fällen die entstehende Unsicherheit.

---

[1] Über die Theorie des Kreisels, Heft III, von F. Klein und A. Sommerfeld, Leipzig 1903, p. 707.

[2] Results of the latitude determinations from the four groups observations on a night, at Mizusawa, by H. Kimura; Astronomische Nachrichten, Nr. 4040/41; 1905.

[3] A. a. O., p. 29; siehe auch p. 45 und 46.

Bei den Beobachtungen und Rechnungen zur Polhöhenschwankung werden ebenfalls Differenzen zwischen Nachbarwerten einer Funktion (Polhöhe) benutzt, so bei den Gruppenunterschieden und beim Gruppenwechsel, das Zeitelement ist dabei 2^h; diese Gruppenunterschiede sind schon Mittel über die Anschlußdauern, also über willkürliche Zeiträume. Um Deklinationsverbesserungen zu gewinnen, mithin aus einem nebensächlichen Grunde, werden diese Unterschiede über ein Jahr summiert; es fehlt der Nachweis,

daß die beiden dazu benötigten, numerischen Summationen sich mit der zugrunde liegenden Funktion der Zeit vertragen,

daß das beim üblichen Reduktionsverfahren bisher festgehaltene Intervall von 24^h ein zulässig kleinstes Intervall der unabhängigen Variablen »Zeit« ist, oder auch, daß die Interpolation über den Tag hinweg, wie sie tatsächlich bei dem schon geschilderten »graphischen Ausgleich« stillschweigend ausgeführt wird, zulässig ist.

Was hier in bezug auf Interpolierbarkeit nach der einen Veränderlichen Zeit gesagt ist, gilt mutatis mutandis auch für die Veränderlichen: geographische Länge und Breite, also für Interpolation auf Parallel und Meridian; besondere Vorsicht erfordert aber die Extrapolation auf den Pol. Die auf dem 39. Parallel nördlicher Breite beobachtete Polhöhenschwankung ist allerdings mit teilweisem Erfolg auf mehrere andere Stationen übertragen worden; diese liegen etwa zwischen 60° nördlicher und 35° südlicher Breite. Es haben sich dabei Widersprüche und systematische Abweichungen ergeben; auf allen Stationen erscheinen immer wieder die verschiedenen, zu großen, gesetzmäßig veränderlichen Schlußfehler sowie die auffälligen An- oder Abstiege der $\Sigma \Delta \Phi$.

Die Hypothese einer täglichen Schwingung wurde im Ergänzungsheft 11 weiter verfolgt; die klassische Beobachtungsreihe Struve's im I. Vertikal, die zu dem lange Zeit als besten anerkannten Werte der Aberrationskonstanten 20"4451 führte, erlaubt, eine Schar von Tageskurven zu konstruieren[1], und zwar wird dies dadurch möglich, daß Struve absichtlich zu allen Jahreszeiten auch Beobachtungen zu allen Tageszeiten angestellt hatte, soweit es anging. Bei dem Programm des internationalen Breitendienstes sind dagegen Jahreszeit, Sonnenlänge, Tageszeit und Rektaszension, ganz abgesehen von der Temperatur und anderen jährlich periodischen Erscheinungen, miteinander verquickt, wie Tabelle 15 auf p. 30 [346] zeigt. An der Hand jener Kurvenschar, die auf unserer Tafel III graphisch wiedergegeben ist, habe ich den Einfluß einer täglichen veränderlichen Schwingung auf eine langperiodische Polhöhenschwankung verfolgt; über den Erfolg äußerte sich Herr Grossmann in seinem eingehenden Referat[2]: »Freilich ergibt sich..., daß sich mit der Annahme von Tagesschwankungen die dem Polhöhenproblem noch anhaftenden, unaufgeklärten Eigentümlichkeiten im allgemeinen erklären lassen.«

Der Begriff: Schlußfehler, namentlich aber der Begriff der aus dem Schlußfehler berechneten Deklinationsverbesserung haben auf Grund der Beobachtungen eine Haupteigenschaft ihrer Definition, nämlich die Konstanz eingebüßt. Trotzdem wird die Reduktion bis zurzeit in der hergebrachten Weise, meist nur auf eine Art, weitergeführt; es fehlt ein genügender Nachweis, daß die übliche Berechnung der xyz unabhängig ist von denjenigen Erscheinungen, durch die der Schlußfehler und die Deklinationsverbesserung veränderlich werden. Ähnliches gilt in betreff der $\Sigma \Delta \Phi$.

Nach dem vorhergehenden ist Anlaß genug vorhanden, die Diskussion der Polhöhenschwankungen zu ergänzen; dies soll in den folgenden vier Paragraphen unternommen werden. Gleich im Anfange sei erwähnt, daß dabei nicht beabsichtigt wird, eine »definitive Polbahn« abzuleiten, weil dazu nach meiner Meinung die bisherigen Programme und Beobachtungen nicht ausreichen. Dagegen wird angestrebt, die Beobachtungs- und Rechenmethoden zur Untersuchung der Veränderlichkeit der Stationspolhöhen auf eine andere, breitere Grundlage zu stellen.

---

[1] Ergänzungsheft 11, p. 21 bis 23.

[2] Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft, 42. Jahrgang, III. Heft, p. 280. Leipzig 1907.

Im § 2 wird ein Zusammenhang mehrerer Perioden des Erdmondes mit den Schwankungen im Radiusvektor der »Polbahn« aufgestellt und daraufhin eine numerische Analyse dieser Kurve unternommen.

Im § 3 wird in mehr synthetischer Weise der Einfluß einer nach einem Sinusgesetz vor sich gehenden Schwingung von der ungefähren Dauer eines Tages auf langperiodische Polhöhenschwankung, auf Schlußfehler und die $\Sigma \Delta \Phi$ verfolgt. Der Ausdruck für die fluterzeugende Kraft von Mond und Sonne, der Einfluß eines Fehlers in der Aberrations- sowie in der Nutationskonstanten werden kurz untersucht. Endlich wird aus den zeitlichen Argumenten durch eine Interferenzbetrachtung eine Beziehung zwischen dem Jahre, der 6-Jahresperiode und der $14^1/_2$-Monatsperiode berechnet.

Im § 4 werden die im § 3 gewonnenen Formeln nach Einsetzen der mittleren täglichen Winkelgeschwindigkeiten der Sonne und des Mondes mit den Beobachtungen verglichen; das Hauptgewicht wird dabei auf Schlußfehler und die $\Sigma \Delta \Phi$ gelegt wegen ihrer prinzipiellen Unabhängigkeit von den Deklinationsfehlern. Die 4-Gruppenreihe in Mizusawa, eine neuere Dorpater Reihe, die Potsdamer 6-Jahresreihe werden in bezug auf ihre Abhängigkeit von einer Tagesschwingung geprüft; die Größe ihrer Amplitude wird zu schätzen gesucht. Dabei können wegen der Kürze der täglichen Beobachtungsdauer definitive oder erschöpfende Ergebnisse von vornherein nicht erwartet werden.

Der § 5 enthält eine Zusammenfassung der Ergebnisse; einige Betrachtungen über Ursachen zu täglicher Veränderlichkeit bei Beobachtungen einer Stationspolhöhe, als Bewegung der Erdscholle und veränderliche Refraktion, werden angestellt. Endlich folgen Vorschläge über weitere Beobachtungsreihen, die zur Klärung noch schwebender Fragen geeignet erscheinen.

---

§ 2.

Vom Einfluß des Erdmondes auf die Polhöhenschwankung.

Den Ausgang für die Untersuchungen in diesem Paragraphen bildete die Bemerkung, daß eine Periode von nahezu 6 Jahren wie in der Analyse der Polhöhenschwankung auch in der Diskussion der Gezeiten des Meeres bekannt ist[1]; sie wird dort hergeleitet aus einer Kombination des direkten Umlaufes der Apsidenlinie mit der rückläufigen Bewegung der Knotenlinie des Mondes. Nach der Wislicenus'schen Chronologie[2] vollzieht sich ersterer nach mittlerer Zeit in $6798^d\, 8^h\, 3^m\, 9^s79$, die zweite in $3231^d\, 11^h\, 11^m\, 22^s27$. Die Anzahl x der Tage für eine Periode der Kombination folgt aus der Gleichung:

$$x \cdot \frac{360}{6798,\ 3355} + x \cdot \frac{360}{3231,\ 4662} = 360 \qquad 1)$$

zu 2190, 3316 mittleren Tagen (entsprechend 2196, 3285 Sterntagen), mithin nur einen Tag weniger als sechs volle Jahre.

Herr Kimura leitete[3] aus der »Polbahn« zwischen 1890 und 1904 für die Dauer der 6-Jahresperiode die beiden Werte ab: 5·988 Jahre gleich 2187·1 mittleren Tagen, und 5·981 Jahre gleich 2184·5 mittleren Tagen, er bevorzugt den letzteren. Vor 10 Jahren fand ich bei der Diskussion der Potsdamer 6-Jahresreihe durch eine Intenferenzbetrachtung mit anschließender Ausgleichung[4] den Wert 2185 ± 7 mittlere Tage; weiteres hierüber siehe § 3, Abschnitt *B*.

Man darf hiernach numerisch ein vollständiges Zusammenfallen zwischen einer theoretischen und der beobachteten 6-Jahresperiode annehmen. Da der theoretische Wert aus zwei bekannten Mondperioden folgt, so lag es nahe, den Einfluß des Mondes näher zu verfolgen, schon mit Rücksicht auf früher[5] erkannte, kleine vom Monde abhängige Periodizitäten.

Bei der starken Veränderlichkeit der Stellung des Mondes gegen die Erde durfte man vermuten, daß sich die Mondperioden in der Veränderlichkeit der Polhöhen widerspiegeln werden. Um dies zu prüfen, habe ich aus den bekannten[6] graphischen Darstellungen der »Polbahn« den Radiusvektor $\sqrt{x^2+y^2}$ für jedes Jahreszehntel zwischen 1890·0 und 1912·0 abgegriffen; diese Polabstände sind in Millimetern:

Tabelle 1.

	1890	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900
·0	57	63	30	30	24	19	24	32	31	26	10
·1	59	56	21	24	21	23	31	38	25	31	12
·2	64	55	45	28	16	18	32	46	36	29	11
·3	59	61	55	34	11	05	31	46	40	23	11

[1] Die Ebbe und Flut des Meeres, von Libor Peiker; VIII. Jahresbericht über die Staats-Oberrealschule in Triest, p. 15 f., Triest 1878.

Die Gezeiten, ihre Folge- und Gefolgeerscheinungen, von Prof. Dr. Heinrich Schmick, Leipzig 1876, p. 112 f.

In dem Werke: Ebbe und Flut, von G. H. Darwin, deutsche Ausgabe von Agnes Pockels, Leipzig 1902, finde ich keine Erwähnung einer 6-Jahresperiode.

[2] Astronomische Chronologie, von Dr. Walter F. Wislicenus, Leipzig 1895, p. 28.

[3] Astronomische Nachrichten, Band 166, Nr. 3981.

[4] Ergänzungsheft 11, p. 12.

[5] Ebenda, p. 4 bis 6 und Tafel I; Astronomische Nachrichten, Nr. 4142, p. 215.

[6] Bericht über den Stand der Erforschung der Breitenvariation am Schlusse des Jahres 1899, von Th. Albrecht, Berlin 1900; Band IV der »Resultate...«; Astronomische Nachrichten, Band 192, Nr. 4588, Tafel 3.

	1890	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900
·4	46	52	48	34	14	07	30	39	39	17	17
·5	46	39	35	19	18	23	33	36	36	22	18
·6	50	41	45	15	18	25	36	41	35	29	15
·7	51	56	51	19	13	22	39	43	42	28	13
·8	49	61	42	24	06	20	48	45	42	27	14
·9	56	51	35	25	14	22	39	39	31	15	13

	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908	1909	1910	1911	1912
·0	09	21	30	30	27	20	28	43	51	59	54	46
·1	12	22	36	34	29	11	21	46	57	55	53	
·2	16	31	36	34	35	11	14	47	62	61	46	
·3	17	38	41	38	31	16	12	46	65	66	45	
·4	22	45	49	41	28	23	11	46	71	67	52	
·5	31	46	51	42	31	28	12	44	67	73	66	
·6	33	40	50	39	36	29	14	39	63	75	71	
·7	27	30	43	39	41	29	18	33	57	67	68	
·8	23	25	37	38	38	29	28	37	46	61	60	
·9	22	25	33	29	32	30	36	46	52	57	56	

Zur Verwandlung in Bogenmaß dient die Angabe: 20 *mm* entsprechen 0"1.

Die zugehörige graphische Darstellung findet man auf Tafel I, Figur 2; Figur 1 gibt die Maxima der Monddeklination an.

Sieht man zunächst ab von den Schwankungen von nahe jährlicher oder kürzerer Dauer, so erkennt man in dem ganzen Zeitraume von 22 Jahren zwei Hauptmaxima mit 19 bis 20jähriger Zwischenzeit, dann mehrere Nebenmaxima und -minima mit etwa 6jähriger Zwischenzeit. Nach einer ersten Schätzung hatten die kürzeren Schwankungen Dauern von etwa 1·1 Jahren, also der Chandler'schen Periode nahe entsprechend, zum Teil auch Dauern zwischen 0·5 bis 0·7 Jahren. Um diese kürzeren Schwankungen nach Möglichkeit zu eliminieren, wurden zunächst je 11 benachbarte Jahreszehntel gemittelt; die so entstehende Mittelkurve findet man ebenfalls in Tafel I, Figur 2. Sie zeigt einen schönen Verlauf und verspricht von vorn herein Erfolg bei numerischer Ausgleichung. Es zeigen sich bei ihr noch kleine Wellen von Jahresdauer und mit Amplituden von der Ordnung 0"01; sie dürften daherrühren, daß die jährlichen Perioden wie die $14^1/_2$ Monatsperiode nicht ganz eliminiert sind. Einen einigermaßen entsprechenden Verlauf zeigt die von Herrn Kimura abgeleitete Kurve[1] der Amplituden der $14^1/_2$-Monatsperiode.

In der Mittelkurve zeigen sich deutlich die ☊-Periode sowie die kombinierte 6-Jahresperiode; deshalb wurden zunächst, da bis zu jener Zeit die »Polbahn« zwischen 1911·0 und 1912·0 noch nicht veröffentlicht war, erst 21 Jahresmittel angesetzt in der Form:

$$\text{Radiusvektor} = \alpha + \beta . \sin ☊ + \gamma . \cos ☊ + \delta . \sin (☊ - p) + \varepsilon . \cos (☊ - p),$$

wo ☊ die Länge des Mondknotens, p die des Perigäums ist. Die Argumente ☊ und p wurden der bekannten Börgen'schen Arbeit über die harmonische Analyse der Gezeiten[2] entnommen.

[1] New study of the Polar Motion and z for the interval 1890 bis 1908·5, by Hisashi Kimura, 1909; p. 8, Diagramm I. Siehe auch Astronomische Nachrichten, Band 181, Nr. 4344.

[2] Die harmonische Analyse der Gezeitenbeobachtungen, Annalen der Hydrographie, 12. Jahrgang, 1884, p. 668 und 669.

Die Ausgleichung hatte ergeben:

$$\text{Radiusvektor} = \underset{\pm 7}{+0\text{"}161} \quad \underset{\pm 10}{+0\text{"}038} \sin \Omega \quad \underset{\pm 10}{+0\text{"}004} \cos \Omega \qquad 2)$$

$$\underset{\pm 10}{+0\text{"}069} \sin (\Omega - p) \underset{\pm 10}{+0\text{"}031} \cos (\Omega - p)$$

Die Darstellung ließ folgende Reste übrig:

Tabelle 2.

1890·5	— "05	1900·5	— "02
1·5	+ ·02	1·5	— ·02
2·5	+ ·04	2·5	·00
3·5	+ ·03	3·5	+ ·02
4·5	+ ·01	4·5	+ ·03
5·5	+ ·01	5·5	— ·01
6·5	·00	6·5	·00
7·5	+ ·01	7·5	+ ·04
8·5	·00	8·5	+ ·01
9·5	— ·02	9·5	— ·02
		1910·5	— ·07

Der mittlere Fehler eines Jahresmittels wurde: ± 0"03.

Beim Eintragen der ausgeglichenen Kurve neben die der sukzessiven Mittel über 11 benachbarte Jahreszehntel (Tafel I, Figur 2) zeigte sich ohne Zweifel, daß die beiden um 18·6 Jahre auseinanderstehenden Hauptmaxima der ausgeglichenen Kurve innerhalb des Zwischenraumes zwischen den entsprechenden Extremen der Jahresmittelkurven lagen; letztere beiden lagen, dem Augenschein nach, etwa 20 Jahre auseinander.

Es entstand somit zunächst die Aufgabe, die Epochen der Extreme des Radiusvektors der »Polbahn« zu ermitteln. Um dabei ein Kurvenziehen aus freier Hand zu vermeiden, wurde folgendermaßen verfahren: In der durch Figur 4 der Tafel I dargestellten Kurve der 22 Jahresmittel (schwarze Ringe) 1890·0—0·9, 91·0—91·9 usf. wurden je 3 oder 4 dem betreffenden Extreme naheliegende Kurvenpunkte als Punkte einer Parabel aufgefaßt und die Koeffizienten der Parabelgleichung bestimmt, woraus sich die Zeit des Extrems in bekannter Weise durch Differenzieren ergibt. Zählt man die Zeit t von einer mittleren, dem Extreme naheliegenden Epoche ab, nimmt dabei das Jahr als Zeiteinheit, nennt y_t eine Ordinate und a, b, c drei zu bestimmende Konstanten, so erhält man zu deren Bestimmung aus der Parabelgleichung $y_t = a + bt + ct^2$ die 3 Gleichungen

$$\begin{aligned} a - b + c - y_{-1} &= 0 \\ a \qquad\quad - y_0 &= 0 \\ a + b + c - y_{+1} &= 0; \end{aligned}$$

darnach wird bei 3 Ordinaten die Zeit des Extrems

$$t_m = \frac{1}{2} \frac{y_{-1} - y_{+1}}{(y_{-1} + y_{+1} - 2y_0)}. \qquad 3)$$

Falls sich 4 Jahresmittel eigneten, wurden 2 Fälle unterschieden:

1. Zählung der Zeit von der Epoche der 2. Ordinate ab; aus der Parabelgleichung $y_t = a + bt + ct^2 + + dt^3$ folgt

$$a - b + c - d - y_{-1} = 0,$$
$$a \qquad y_0 = 0,$$
$$a + b + c + d - y_{+1} = 0,$$
$$a + 2b + 4c + 8d - y_{+2} = 0.$$

Zur Berechnung von

$$t_m = \frac{-(2c) - \sqrt{(2c)^2 - (2b).(6d)}}{6d}$$

oder bei kleinem d auch:

$$t_m = \frac{-(2b)}{+(2c) - \sqrt{(2c)^2 - (2b)(6d)}}$$

dienen die Größen:

$$a = y_0, \quad (2c) = y_{+1} + y_{-1} - 2a, \quad (2b) + (2d) = y_{+1} - y_{-1}, \quad (2b) + 4(2d) = y_{+2} - a - 4c,$$

woraus $(6d)$ und $(2b)$ leicht folgen. Die beiden Formen für t_m dienen zu Kontrollen.

2. Zählung der Zeit von der Epoche der 3. Ordinate ab. Aus den Gleichungen

$$a - 2b + 4c - 8d - y_{-2} = 0,$$
$$a - b + c - d - y_{-1} = 0,$$
$$a \qquad - y_0 = 0,$$
$$a + b + c + d - y_{+1} = 0$$

folgt:

$$a = y_0, \quad (2c) = y_{-1} + y_{+1} - 2a, \quad (2b) + (2d) = y_{+1} - y_{-1}, \quad (2b) + 4(2d) = -y_{-2} + a + 4c,$$

woraus sich wiederum leicht die für t_m nötigen Größen $(2b)$ und $(6d)$ ergeben.

Wie schon erwähnt, wurden Jahresmittel weiter verwendet, und zwar aus folgender Überlegung. Die jährliche Schwankung der Polhöhenveränderlichkeit ist ein mixtum compositum von vielen wirklichen und scheinbaren Periodizitäten, so daß ihre Analyse sowohl wie ihre Synthese mir zur Zeit noch außerordentlich schwierig, wenn nicht unmöglich erscheint; es ist besser, sie vorläufig beiseite zu lassen Im vorliegenden Falle wurde sie durch Mittellung über je 10 Jahreszehntel: 1890·0—1890·9, 90·1—91·0 usf. bis 1911·1—1912·0 eliminiert; das letzte Jahr konnte nunmehr mit herangezogen werden nach Nr. 4588 der Astronomischen Nachrichten. Für die Feststellung der Epochen der Extreme sowie für die dann folgende zweite und dritte Ausgleichung wurden benutzt die 22 Jahresmittel 1890·0—0·9, 91·0—91·9 bis 1911·0—11·9, gültig für die Epochen 1890·45 bis 1911·45. Die 22 Kurvenordinaten, die hier ausgewählt wurden, sind in *mm*:

Tabelle 3.

Nr.	Epoche	y	Nr.	Epoche	y
0	1890·45	53·7	10	1900·45	13·4
1	1·45	53·5	11	1·45	21·2
2	2·45	40·7	12	2·45	32·3
3	3·45	25·2	13	3·45	40·6
4	4·45	15·5	14	4·45	36·4
5	5·45	18·4	15	5·45	32·8
6	6·45	34·3	16	6·45	22·6
7	7·45	40·5	17	7·45	19·4
8	8·45	35·7	18	8·45	42·7
9	9·45	24·7	19	9·45	59·1
			20	1910·45	64·1
			21	1·45	57·1

Zur Verwandlung in Bogenmaß dient wie früher die Angabe: 20 *mm* entsprechen 0"1; also entspricht zum Beispiel den beiden y Nr. 0 und Nr. 1 der Winkel 0"27.

Nach obigen Formeln erhält man folgende:

Tabelle 4.

Epochen der			
aus Nr.	Maxima	aus Nr.	Minima
0 1 2	1890·93		
0 1 2 3	·91		
		3 4 5	1894·72
		4 5 6	·73
		3 4 5 6	·72
6 7 8	1897·51		
6 7 8 9	·28		
		9 10 11	1900·54
		9 10 11 12	·40
12 13 14	1903·61		
12 13 14 15	·44		
		15 16 17	1907·41
		16 17 18	7·07
		15 16 17 18	7.16
		16 17 18 19	6·99
18 19 20	1910·39		
19 20 21	·37		
18 19 20 21	·37		

Daraus ergeben sich folgende Mittel und Zwischenzeiten:

Tabelle 5.

Epochen der Maxima	Zwischenzeit N	Epochen der Minima	Zwischenzeit N
1890·92			
	6·48	1894·72	
1897·40			5·75
	6·13	1900·47	
1903·53			6·69
	6·85	1907·16	
1910·38			

Hiernach ist die Zeit zwischen den beiden Hauptmaximis: 19·46 um 0·85 Jahre länger als die Dauer des Knotenumlaufs: 18·61 Jahre; das Mittel aus den 5 Zwischenzeiten zwischen gleichsinnigen Extremen ist 6·38, somit um 0·38 länger als der theoretische Wert der 6-Jahresperiode.

Schaltet man die 5 Monate der 6-Jahresperiode hintereinander, so scheint sich ein Gang (vielleicht ein periodischer, dessen Umlauf noch nicht vollendet ist,) auszusprechen; über den Zusammenhang dieses Ganges mit der von Herrn Kimura gefundenen Veränderlichkeit der Chandler'schen Periode siehe den Schluß des § 3.

Die Epoche des zweiten Hauptmaximums in der Kurve der Jahresmittel ist sicherer zu bestimmen als die des ersten, da bei dem zweiten Hauptmaximum noch ein Stück des absteigenden Astes vorhanden ist. Beide Epochen wurden noch auf andere Art geprüft.

Entnimmt man aus Tafel I, Figur 2, diejenigen Zeitpunkte, zu denen die Kurve in der Umgebung des zweiten Hauptmaximums die horizontalen Millimeterlinien schneidet, so erhält man beim höchsten Punkte beginnend, folgende Werte:

		Mittel
1910·5		1910·5
1910·4	10·6	10·5
10·3	10·7	10·5
10·05	10·82	10·4
9·77	10·88	10·3
9·55	10·92	10·2
9·42	11·40	10·4
9·32	11·40	10·4
9·22	11·50	10·4

so daß der vorhin bestimmte Wert nahezu vollkommen bestätigt wird.

Da diese Methode beim ersten Hauptmaximum nicht anwendbar ist, so habe ich die ersten 31 sukzessiven, von Zehntel zu Zehntel fortschreitenden Jahresmittel y einer Ausgleichung unterworfen und zwar nach einer quadratischen Funktion der Zeit t in der Form: $a+bt+ct^2$, mit der Absicht, in bekannter Art durch Differentiation zur Kenntnis der Epoche t_m des Extrems zu gelangen; es wird $t_m = -\frac{b}{2c}$.

Die Normalgleichungen, die Berechnung der bekannten Koeffizienten Q und L[1] werden für diese Funktion besonders einfach, wenn man t auf das Mittel der Zeiten bezieht; dieses ist 1891·95. Die Jahresmittel der y folgen aus Tabelle 1, p. 8/9 [324/325]; die 31 Fehlergleichungen werden:

	v in *dcm*		v in *dcm*
$1890\cdot45+a-1\cdot5\,b+2\cdot25\,b-\cdot54 = v_1$	$+\cdot001$	$1892\cdot05+a+0\cdot1\,b+0\cdot01\,c-\cdot44 = v_{17}$	$+\cdot019$
$\cdot55+a-1\cdot4\,b+1\cdot96\,c-\cdot54 = v_2$	$+\cdot001$	$\cdot15+a+0\cdot2\,b+0\cdot04\,c-\cdot45 = v_{18}$	$-\cdot002$
$\cdot65+a-1\cdot3\,b+1\cdot69\,c-\cdot54 = v_3$	$-\cdot001$	$\cdot25+a+0\cdot3\,b+0\cdot09\,c-\cdot44 = v_{19}$	$-\cdot003$
$\cdot75+a-1\cdot2\,b+1\cdot44\,c-\cdot53 = v_4$	$+\cdot007$	$\cdot35+a+0\cdot4\,b+0\cdot16\,c-\cdot42 = v_{20}$	$+\cdot005$
$\cdot85+a-1\cdot1\,b+1\cdot21\,c-\cdot53 = v_5$	$+\cdot005$	$\cdot45+a+0\cdot5\,b+0\cdot25\,c-\ 41 = v_{21}$	$+\cdot003$
$\cdot95+a-1\cdot0\,b+1\cdot00\,c-\cdot54 = v_6$	$-\cdot008$	$\cdot55+a+0\cdot6\,b+0\cdot36\,c-\cdot41 = v_{22}$	$-\cdot010$
$1891\cdot05+a-0\cdot9\,b+0\cdot81\,c-\cdot53 = v_7$	$-\cdot002$	$\cdot65+a+0\cdot7\,b+0\cdot49\,c-\cdot41 = v_{23}$	$-\ 023$
$\cdot15+a-0\cdot8\,b+0\cdot64\,c-\cdot52 = v_8$	$+\cdot004$	$\cdot75+a+0\cdot8\,b+0\cdot64\,c-\cdot39 = v_{24}$	$-\cdot016$
$\cdot25+a-0\cdot7\,b+0\cdot49\,c-\cdot53 = v_9$	$-\cdot011$	$\cdot85+a+0\cdot9\,b+0\cdot81\,c-\cdot37 = v_{25}$	$-\cdot012$
$\cdot35+a-0\cdot6\,b+0\cdot36\,c-\cdot54 = v_{10}$	$-\cdot026$	$\cdot95+a+1\cdot0\,b+1\cdot00\,c-\cdot36 = v_{26}$	$-\cdot016$
$\cdot45+a-0\cdot5\,b+0\cdot25\,c-\cdot54 = v_{11}$	$-\cdot033$	$1893\cdot05+a+1\cdot1\,b+1\cdot21\,c-\cdot34 = v_{27}$	$-\cdot013$
$\cdot55+a-0\cdot4\,b+0\cdot16\,c-\cdot50 = v_{12}$	$+\cdot001$	$\cdot15+a+1\cdot2\,b+1\cdot44\,c-\cdot31 = v_{28}$	$+\cdot001$
$\cdot65+a-0\cdot3\,b+0\cdot09\,c-\cdot47 = v_{13}$	$+\cdot023$	$\cdot25+a+1\cdot3\,b+1\cdot69\,c-\cdot28 = v_{29}$	$+\cdot015$
$\cdot75+a-0\cdot2\,b+0\cdot04\,c-\cdot46 = v_{14}$	$+\cdot026$	$\cdot35+a+1\cdot4\,b+1\cdot96\,c-\cdot26 = v_{30}$	$+\cdot017$
$\cdot85+a-0\cdot1\,b+0\cdot01\,c-\cdot45 = v_{15}$	$+\cdot027$	$\cdot45+a+1\cdot5\,b+2\cdot25\,c-\cdot25 = v_{31}$	$+\cdot009$
$\cdot95+a+0\ 0\,b+0\cdot00\,c-\cdot45 = v_{16}$	$+\cdot018$		

[1] Die Ausgleichungsrechnung, von F. R. Helmert; 2. Auflage, p. 180.

Die Normalgleichungen, Lösungen nebst mittleren Fehlern, Kontrollen und Gewichten sind:

$$
\begin{array}{llll}
+31\,a & . & +24\cdot 80\,c & -13\cdot 75 \; = 0, \\
. & +24\cdot 80\,b & . & + \;\; 2\cdot 337 = 0, \\
+24\cdot 80\,a & . & +35\cdot 66\,c & -10\cdot 52 \; = 0. \\
p_a = \;\; 13\cdot 75 & p_b = \;\; 24\cdot 80 & & p_c = \;\; 15\cdot 82 \\
a = + \;\; 0\cdot 4678 & b = - \;\; 0\cdot 0942 & & c = - \;\; 0\cdot 0304 \\
\pm \;\;\;\;\; 42 & \pm \;\;\;\;\; 31 & & \pm \;\;\;\;\; 39 \\
[v] = + \;\; \cdot 182 \;\; \cdot 176 & [vv] = + \;\; \cdot 006764 & & [nn.3] = + \;\; \cdot 00668,
\end{array}
$$

mittlerer Fehler μ einer Gleichung

$$= \pm \sqrt{\frac{\cdot 006764}{31-3}} = \pm 0\cdot 0155 \; dcm.$$

Für $t_m = -1\cdot 552$ Jahr erhält man als mittleren Fehler $= \pm\sqrt{176\cdot 2}\,.\,\mu = \pm 0\cdot 206$ Jahr; für die Epoche des ersten Hauptmaximums selbst folgt hiernach

$$1890\cdot 40 \pm 0\cdot 21 \text{ Jahr.}$$

Eine vorläufige Ausgleichung der ersten 6 Halbjahresmittel hatte eine noch frühere Epoche, nämlich 1890·3 geliefert.

Demgemäß würde sich als Zwischenzeit zwischen den beiden Hauptmaximis ergeben 20·0 ± 0·2 Jahre. Die Zeiten zwischen den 4 Maximis der Kurve würden werden 7·00, 6·13, 6·85 Jahre. Hält man an den Mondperioden von 6·0 und 18·6 Jahren fest, so handelt es sich um eine durchgehende Streckung der Kurve in sich, nicht nur um ein Auseinanderrücken der Epochen der beiden Hauptmaxima; dieser Verdacht wird noch verstärkt infolge der Beziehung zwischen der schon erwähnten Veränderlichkeit der 6-Jahresperiode zur Veränderlichkeit der Chandler'schen Periode und zwar infolge der besonderen Art, wie Herr Kimura die leztere Veränderlichkeit bestimmt hat; siehe § 3.

Für die weiteren Rechnungen sind die nach einer einheitlichen Methode ermittelten Epochen der Tabelle 4 beibehalten worden.

Nebenbei geht aus dieser Ausgleichung hervor, daß das über 3 Jahre sich erstreckende Stück der Jahresmittelkurve ausgezeichnet durch die Formel

$$y = +0\cdot 468 \quad -0\cdot 0942\,t \quad -0\cdot 0304\,t^2$$

dargestellt wird; verwandelt man die neben ihren Fehlergleichungen p. 13 [329] stehenden v in Bogensekunden, so erhält man die übrig bleibenden Fehler:

	1890	1891	1892	1893
·05	—	″00	+″01	−″01
·15	—	·00	·00	·00
·25	—	−·01	·00	+·01
·35	—	−·01	·00	+·01
·45	″00	−·02	·00	·00
·55	·00	·00	−·01	—
·65	·00	+·01	−·01	—
·75	·00	+·01	−·01	—
·85	·00	+·01	−·01	—
·95	·00	+·01	−·01	—

Der mittlere Fehler eines Jahresmittels wird in Bogensekunden

$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0 \cdot 006764}{31-3}} = \pm 0''008.$$

Seine Kleinheit ist ein Merkmal dafür, daß in dieser Reihe der Jahresmittel eine auffällige Gesetzmäßigkeit herrscht.

Lediglich um durch besseren numerischen Anschluß an die Kurve der Jahresmittel des Radiusvektors die Form der »Polbahn« näher kennen zu lernen, wurde nunmehr zu Ausgleichungen übergegangen, bei denen den Periodenverlängerungen in mechanischer Weise Rechnung getragen worden ist. Zunächst ist ein Maß für die Verlängerung der Perioden abzuleiten. Dabei wurde in Betracht gezogen, daß ich bereits früher[1] aus Beobachtungen in Carloforte die Verlängerung einer vorgegebenen Periode als wahrscheinlich festgestellt hatte; als Dauer hatte sich ergeben:

Aus dem Jahre 1900 . . . . 14·35 ± 0·06 Tage,
» » » 1901 . . . . 14·22 ± 0·05 » ,

der wohl die halbe Mondperiode $\frac{27,32}{2} = 13 \cdot 66$ mittlere Tage zugrunde liegt.

Als ein runder Wert eines Verlängerungsfaktors wurde $^1/_{20}$ angenommen, nach Vergleichen zwischen den verschiedenen erhaltenen, und zwar gleich groß für sämtliche Perioden. Die Differenzen der Argumente Ω, p und $\Omega - p$ gegen ihre Werte um 1900·45, nämlich Ω_0, p_0 und $\Omega_0 - p_0$, wurden demgemäß um $^1/_{20}$ verkürzt und dann die Ausgleichung wiederholt. Der Anspruch auf Realität der resultierenden Formel wird damit vollends aufgegeben, der Anschluß wird tatsächlich gebessert.

Die weiter benutzten Argumente sind

$$\Omega' = \Omega_0 + \left(1 - \frac{1}{20}\right)(\Omega - \Omega_0), \qquad p' = p_0 + \left(1 - \frac{1}{20}\right)(p - p_0);$$

die auf 0°1 abgerundeten Zahlenwerte werden:

Tabelle 6.

	Ω'	p'	$\Omega' - p'$		Ω'	p'	$\Omega' - p'$
1890·45	74°1	326°2	107°9	1900·45	250°4	352°7	257°7
1·45	55·8	4·9	50·9	1·45	232·1	31·4	200·7
2·45	37·4	43·5	353·9	2·45	213·7	70·0	143·7
3·45	19·0	82·2	296·9	3·45	195·3	108·6	86·7
4·45	0·7	120·9	239·8	4·45	176·9	147·3	29·7
5·45	342·3	159·5	182·8	5·45	158·6	186·0	332·6
6·45	323·9	198·1	125·8	6·45	140·2	224·6	275·6
7·45	305·5	236·9	68·7	7·45	121·8	263·3	218·6
8·45	287·2	275·5	11·7	8·45	103·4	301·9	161·6
9·45	268·8	314·1	314·7	9·45	85·1	340·6	104·5
				1910·45	66·7	19·2	47·5
				1·45	48·3	57·9	350·5

[1] Ergänzungsheft 11, p. 6; Astronomische Nachrichten, Nr. 4142, p. 217.

Die Koeffizienten für die Fehlergleichungen nebst deren absoluten Gliedern lauten:

Tabelle 7.

	α	β	γ	δ	ε	n	v	v''
1890·45	+ 1	+ 0·962	+ 0·274	+ 0·952	− 0·307	− 0·537	− ·005	″00
1·45	+ 1	+ 0·827	+ 0·562	+ 0·776	+ 0·631	− 0·535	+ ·031	+ ·02
2·45	+ 1	+ 0·607	+ 0·795	− 0·106	+ 0·994	− 0·407	+ ·047	+ ·02
3·45	+ 1	+ 0·326	+ 0·946	− 0·892	+ 0·452	− 0·252	+ ·029	+ ·01
4·45	+ 1	+ 0·012	+ 1·000	− 0·864	− 0·503	− 0·155	+ ·036	+ ·02
5·45	+ 1	− 0·304	+ 0·953	− 0·049	− 0·999	− 0·184	+ ·058	+ ·03
6·45	+ 1	− 0·589	+ 0·808	+ 0·811	− 0·585	− 0·343	+ ·023	+ ·01
7·45	+ 1	− 0·814	+ 0·581	+ 0·932	+ 0·362	− 0·405	+ ·024	+ ·01
8·45	+ 1	− 0·955	+ 0·296	+ 0·203	+ 0·979	− 0·357	− ·003	+ ·00
9·45	+ 1	− 1·000	− 0·021	− 0·711	+ 0·703	− 0·247	− ·050	− ·03
1900·45	+ 1	− 0·942	− 0·336	− 0·977	− 0·213	− 0·134	− ·039	− ·02
1·45	+ 1	− 0·789	− 0·614	− 0·353	− 0·935	− 0·212	− ·073	− ·04
2·45	+ 1	− 0·555	− 0·832	+ 0·592	− 0·806	− 0·323	− ·026	− ·01
3·45	+ 1	− 0·264	− 0·965	+ 0·998	+ 0·058	− 0·406	+ ·033	+ ·02
4·45	+ 1	+ 0·054	− 0·999	+ 0·495	+ 0·868	− 0·364	+ ·091	+ ·05
5·45	+ 1	+ 0·365	− 0·931	− 0·460	+ 0·888	− 0·328	+ ·021	+ ·01
6·45	+ 1	+ 0·640	− 0·768	− 0·995	+ 0·097	− 0·226	+ ·017	+ ·01
7·45	+ 1	+ 0·850	− 0·527	− 0·624	− 0·782	− 0·194	+ ·060	+ ·03
8·45	+ 1	+ 0·973	− 0·231	+ 0·315	− 0·949	− 0·427	− ·037	− ·02
9·45	+ 1	+ 0·996	+ 0·085	+ 0·968	− 0·250	− 0·591	− ·053	− ·03
1910·45	+ 1	+ 0·918	+ 0·396	+ 0·737	+ 0·676	− 0·641	− ·070	− ·04
1·45	+ 1	+ 0·747	+ 0·665	− 0·165	+ 0·986	− 0·571	− ·116	− ·06

Die Normalgleichungen sind in der gekürzten Form nebst Lösungen und Kontrollen:

$$
\begin{array}{llllll}
\mathbf{+22\cdot00}\,\alpha & +\ 2\cdot065\,\beta & +\ 1\cdot137\,\gamma & +\ 1\cdot583\,\delta & +\ 1\cdot365\,\varepsilon & -7\cdot839=0 \\
 & \mathbf{+11\cdot594} & +\ 0\cdot935 & +\ 1\cdot607 & +\ 1\cdot011 & -2\cdot004=0 \\
 & & \mathbf{+10\cdot410} & +\ 0\cdot438 & +\ 1\cdot070 & -0\cdot754=0 \\
 & & & \mathbf{+11\cdot005} & +\ 0\cdot059 & -2\cdot225=0 \\
 & & & & \mathbf{+10\cdot988} & -1\cdot355=0
\end{array}
$$

$$\alpha=+0\cdot33287 \quad \beta=+0\cdot085966 \quad \delta=+0\cdot14076$$

$$\gamma=+0\cdot015062 \quad \varepsilon=+0\cdot071833$$

$$[nn.5]=+0\cdot0565,\quad [vv]=+0\ 05607,\quad [v]=+0\cdot470-0\cdot472.$$

Die einzelnen v stehen neben ihren Fehlergleichungen; die Darstellung des Radiusvektors der »Polbahn« durch 5 Glieder lautet nebst mittleren Fehlern der Koeffizienten:

$$
\begin{array}{llll}
\text{Radiusvektor} = & +0''166 & +0''043 \sin \Omega' & +0''008 . \cos \Omega' \\
 & \pm\ \ 6 & \pm\ \ 9 & \pm\ \ 9 \\
 & & +0''070 \sin (\Omega'-p') & +0''036 . \cos (\Omega'-p'). \\
 & & \pm\ \ 9 & \pm\ \ 9
\end{array}
\qquad 4)
$$

Der mittlere Fehler einer Gleichung ist

$$\pm\,0\cdot057 \text{ oder im Winkelmaß } \pm\,0''029.$$

Trägt man die berechneten Werte des Vektors in die Darstellung der 221 Jahresmittel ein, so ergibt sich, daß jetzt die Extreme, namentlich die beiden äußeren, nebst Umgebung besser übereinstimmen.

Beachtenswert ist die Verschiedenheit der beiden Systeme von Resten nach Tabelle 2 und 5; erstere blieben übrig durch Darstellung von 21 Mitteln über 1·1 Jahr mittels der ungeänderten Mondargumente Ω und $\Omega - p$ durch Formel 1), letztere durch Darstellung von 22 Jahresmitteln mit verkürzten Argumenten Ω' und $\Omega' - p'$ durch Formel 2). Während die ersteren Reste einigermaßen unregelmäßig verlaufen, erscheint in den letzteren bei besserer Darstellung deutlich eine Welle von 9 bis 10 Jahren Dauer; die Jahresmittel sind den Mitteln über 1·1 Jahr offenbar vorzuziehen.

Der nunmehr erschienenen Periodizität von 9 bis 10 Jahren stehen die theoretischen Perioden 8·85 Jahre (Umlauf des Perigäums) und $\frac{18\cdot 6}{2} = 9\cdot 3$ Jahre (halber Mondknotenumlauf bei Annahme von Gliedern mit doppeltem Umlauf) gegenüber. Es liegt nahe, auch hier eine Verlängerung zu schätzen; es können dazu die Epochen zweier Maxima und je zweier in gleichem Sinne durchlaufener Nullstellen dienen. Da die Reste klein sind, wurde vorher das bekannte Hilfsmittel sukzessiver Mittelbildung nach dem Schema: $\frac{0. + 1. + 2.}{3}$, $\frac{1. + 2. + 3.}{3}$ usw. angewandt, um den Einfluß der Unregelmäßigkeit des Verlaufes herabzudrücken und um das Systematische besser hervortreten zu lassen. Durch diese Operation werden bekanntlich die Amplituden verkleinert, während die Perioden unverändert bleiben; auf diese kommt es hier an. Vor dem Bekanntwerden der Beobachtungsergebnisse aus 1911·0—12·0 war schon eine der obigen analoge Ausgleichung mit nur 21 Jahresmitteln durchgeführt worden; aus ihr folgten als übrigbleibende Fehler nebst 3 Reihen sukzessiver Mittel die v der nächsten Zusammenstellung.

Tabelle 8.

Nr.		v	1.	2.	3.
			Mittelreihe		
0	1890·45	— ·012			
1	1·45	+ ·015	+ ·008		
2	2·45	+ ·021	+ ·015	+ ·014	
3	3·45	+ ·009	+ ·019	+ ·022	+ ·022
4	4·45	+ ·026	+ ·032	+ ·030	+ ·029
5	5·45	+ ·060	+ ·038	+ ·035	+ ·031
6	6·45	+ ·027	+ ·036	+ ·028	+ ·024
7	7·45	+ ·020	+ ·011	+ ·010	+ ·008
8	8·45	— ·014	— ·017	— ·014	— ·013
9	9·45	— ·058	— ·037	— ·035	— ·030
10	1900·45	— ·039	— ·052	— ·042	— ·036
11	1·45	— ·060	— ·036	— ·032	— ·025
12	2·45	— ·009	— ·009	— ·002	— ·003
13	3·45	+ ·042	+ ·039	+ ·025	+ ·021
14	4·45	+ ·085	+ ·045	+ ·039	+ ·033
15	5·45	+ ·008	+ ·034	+ ·035	+ ·032
16	6·45	+ ·009	+ ·025	+ ·023	+ ·022
17	7·45	+ ·059	+ ·011	+ ·008	+ ·003
18	8·45	— ·036	— ·012	— ·021	
19	9·45	— ·058	— ·061		
20	1910·45	— ·089			

Nach Formel 2) folgen für die beiden deutlich ausgesprochenen Maximalepochen die Werte

	1.	2. Mittelreihe	3.
aus Nr. 4, 5, 6	1895·70	95·37	95·17
13, 14, 15	1904·30	04·73	04·87
Zwischenzeit	8·60	9·36	9·70 Jahre.

Aus den Epochen gleichsinniger Durchgänge durch 0 folgen die Zwischenzeiten

10·09 9·87 9·78 Jahre,

wenn man bei der 3. Mittelreihe eine unbedeutende Extrapolation zuläßt; im Mittel erhält man

9·3 9·6 9·7 Jahre.

Hiernach liegt eine Periode von etwa 9·7 Jahren vor; stellt man ihr die beiden schon genannten Perioden von 8·85 Jahren und, falls man zweimalige Umläufe in Betracht zieht, von 9·3 Jahren gegenüber, so liegt auch hier eine Verlängerung vor; dem Augenschein nach wird sie durch die später gerechneten 22 Reste der Tabelle 7 bestätigt.

Diese 22 Reste sind nunmehr besonders zu einer Ausgleichung nach dem verkürzten Argument p' allein angesetzt worden, um den Anschluß noch weiter zu bessern. Die Koeffizienten der Fehlergleichungen

$$k+\lambda.\sin p'+\mu.\cos p'-v = w$$

findet man in Tabelle 9 zusammengestellt:

Tabelle 9.

Nr.		k	λ	μ	n	w	w''
0	1890·45	+ 1	− 0·556	+ 0·831	+ ·005	− ·029	− ·01
1	1·45	+ 1	+ 0·085	+ 0·996	− ·031	− ·072	·04
2	2·45	+ 1	+ 0·688	+ 0·726	− ·047	− ·074	− ·04
3	3·45	+ 1	+ 0·991	+ 0·135	− ·029	− ·029	− ·01
4	4·45	+ 1	+ 0·859	− 0·513	− ·036	− ·007	·00
5	5·45	+ 1	+ 0·350	− 0·937	− ·058	− ·010	·00
6	6·45	+ 1	− 0·311	− 0·951	− ·023	+ ·026	+ ·01
7	7·45	+ 1	− 0·837	− 0·547	− ·024	+ ·005	·00
8	8·45	+ 1	− 0·995	+ 0·096	+ ·003	+ ·003	·00
9	9·45	+ 1	− 0·718	+ 0·696	+ ·050	+ ·022	+ ·01
10	1900·45	+ 1	− 0·126	+ 0·992	+ ·039	− ·001	·00
11	1·45	+ 1	+ 0·520	+ 0·855	+ ·073	+ ·040	+ ·02
12	2·45	+ 1	+ 0·940	+ 0·342	+ ·026	+ ·016	+ ·01
13	3·45	+ 1	+ 0·948	− 0·319	− ·033	− ·012	− ·01
14	4·45	+ 1	+ 0·541	− 0·841	− ·091	− ·046	− ·02
15	5·45	+ 1	− 0·104	− 0·995	− ·021	+ ·030	+ ·01
16	6·45	+ 1	− 0·702	− 0·712	− ·017	+ ·020	+ ·01
17	7·45	+ 1	− 0·993	− 0·118	− ·060	− ·051	− ·03
18	8·45	+ 1	− 0·849	+ 0·528	+ ·037	+ ·018	+ ·01
19	9·45	+ 1	− 0·332	+ 0·943	+ ·053	+ ·015	+ ·01
20	1910·45	+ 1	+ 0·330	+ 0·944	+ ·070	+ ·032	+ ·02
21	1·45	+ 1	+ 0·847	+ 0·532	+ ·116	+ ·098	+ ·05

Des Vorzeichens wegen ist zu beachten, daß Verbesserungen als absolute Glieder angesetzt sind. Die Normalgleichungen nebst Lösungen und Kontrollen lauten:

$$
\begin{array}{llll}
+\mathbf{22\cdot00}\,k & +0\cdot576\,\lambda & +\ 2\cdot683\,\mu & +0\cdot002 = 0 \\
 & +\mathbf{10\cdot445} & +\ 0\cdot252 & -0\cdot007 = 0 \\
 & & +\mathbf{11\cdot551} & +0\cdot513 = 0,
\end{array}
$$

$$k = +0\cdot0054546,\quad \lambda = +0\cdot0014382,\quad \mu = -0\cdot045718,$$

$$[nn.3] = +0\cdot03261,\quad [ww] = +0\cdot03288,\quad [w] = +0\cdot325 - 0\cdot331.$$

Nunmehr läßt sich folgende 7-gliedrige Formel aufstellen:

$$
\begin{array}{llll}
\text{Radiusvektor} = +0''163 & +0''043.\sin \Omega' & +0''008\cdot\cos \Omega' & \\
\quad\pm\ \ 5 & \pm\ \ 7 & \pm\ \ 7 & \\
 & +0''070.\sin(\Omega'-p') & +0''036\cdot\cos(\Omega'-p') & \quad 5) \\
 & \pm\ \ 7 & \pm\ \ 7 & \\
 & -0''001.\sin p' & +0''023\cdot\cos p' & \\
 & \pm\ \ 7 & \pm\ \ 7 &
\end{array}
$$

Zur Berechnung der beigeschriebenen mittleren Fehler wurde die Annahme gemacht, daß eine geschlossene Ausgleichung nach einer 7-gliedrigen Formel vorliege, was nicht streng ist. Da eine geschlossene Ausgleichung den Anschluß noch bessern würde, so dürften die hier erhaltenen mittleren Fehler keine Überschätzung der Genauigkeit ergeben.

Man erhielte als mittleren Fehler einer Gleichung

$$\sqrt{\frac{0\cdot03288}{22-7}} = \pm\,0\cdot0468, \text{ entsprechend } \pm\,0''023.$$

Da Formel 4) durch abschnittweise Mittelung der Jahreszehntel erhalten wurde, so sind die erhaltenen Koeffizienten oder die Amplituden der Einzelschwingungen ein wenig zu klein; in der Theorie der harmonischen Analyse wird gezeigt, daß Vergrößerungsfaktoren von der Form $\frac{\text{arc}\, x}{\sin x}$ noch anzubringen sind, wo x das Mittelungsintervall in Winkelmaß bezeichnet. Indessen habe ich hierauf ebenso verzichtet wie auf die Durchführung einer geschlossenen Ausgleichung mit einer 7-gliedrigen Formel oder wie auf eine Wiederholung mit einer anderen Reihe von Jahresmitteln. Der Grund für diesen Verzicht ist die deutlich hervorgetretene Verlängerung von 4 Perioden; aus den Ergebnissen des nächsten Paragraphen sei hier vorwegnehmend angeführt, daß scheinbare Verlängerungen infolge des Gruppenwechsels, also durch eine Programmeigenschaft dann auftreten, wenn kurzperiodische Schwingungen die Beobachtungen beeinflussen, ohne daß bei der Reduktion auf sie Rücksicht genommen wird.

Daß der Erdmond die Polhöhenschwankungen wesentlich beeinflußt, vielleicht mit veranlaßt, geht bislang hervor:

aus dem schon oben erwähnten, früher nachgewiesenen Bestehen kleiner Periodizitäten,

aus dem im Anfange dieses Paragraphen erkannten Zusammenfallen des 6-Jahreszyklus in den Polhöhen mit der aus den Umläufen des Knotens und des Perigäums kombinierten Periode [1],

aus dem sehr guten Anschluß der mit Hilfe der Mondargumente Ω und p gewonnenen Formeln 2), 4) und 5) an die entsprechenden Kurven von Jahresmitteln.

Es ist schwer zu glauben, daß die 4 Perioden: 19·5, 9·7 und 6·4 Jahre sowie 14·28 Tage reell sind; es wäre wichtig zu erfahren, aus welchen Gründen überhaupt derartige Verlängerungen entstehen

[1] Über einen numerischen Zusammenhang der $14^1/_2$-Monatsperiode mit bekannten Mondperioden siehe Schluß des § 3.

können. Sind sie aber nicht reell, so entwickelt sich daraus auch ein erster Zweifel an der Realität der »Polbahn«; den Formeln 2), 4) und 5) nach ist die Summe dieser Glieder von der Größenordnung $0\overset{\prime\prime}{.}1$.

Ein zweiter Verdacht entsteht bei Betrachtung der Unterschiede zwischen den Kurven der Jahreszehntel gegen die der Jahresmittel, siehe Tafel I, Figur 3. Hier bildet offenbar die Epoche 1900.0 eine Grenze zwischen zwei verschiedenen Arten von Schwankungen; während der zehnjährigen Kooperation der Sternwarten findet man etwa 17 Zickzackschwankungen mit einer durchschnittlichen Dauer von 0·6 Jahren, zwischen 1900 und 1912 aber 11 wellenförmige Schwankungen mit einer durchschnittlichen Dauer von 1·1 Jahren. Dies bedeutet, daß die Stationsauswahl, verbunden mit dem Wechsel der Sterndeklinationen, sich noch in der »Polbahn« widerspiegelt. Letztere können schwerlich allein in Betracht kommen; es müssen wohl systematische, lokale Einflüsse vorhanden sein, die mit Bewegung der Erdachse nichts zutun haben.

Der Ausdruck[1] N—S für die Nord—Südkomponente der fluterzeugenden Kraft eines äußeren Körpers mit der Deklination δ und dem Stundenwinkel t auf einer Station mit der geographischen Breite φ lautet:

$$N-S = H.\left[(3\sin^2\delta-1)\,.\,\frac{1}{2}\sin 2\varphi+\sin 2\delta\cos t\,.\cos 2\varphi-\frac{1}{2}\cos^2\delta\cos 2t\,.\sin 2\varphi\right], \qquad 6)$$

wo in dem Faktor

$$H = \frac{3g}{2fk^3}$$

bedeutet

g die Beschleunigung der Schwerkraft,

f die Gravitationskonstante,

k den Mittelpunktsabstand des anziehenden Körpers.

Der erste und der dritte Ausdruck in der Klammer geben zum Äquator symmetrische Teilfluten, der zweite Ausdruck gibt eine zum 45. Parallel symmetrische Teilflut. Während der Kooperation verteilen sich die Stationsbreiten im wesentlichen auf eine Zone zwischen $\varphi = 60°$ und $\varphi = 30°$, die Stationen des internationalen Breitendienstes dagegen liegen auf je einem Parallel, hier im wesentlichen auf dem 39. der Nordhalbkugel. Die größere Variabilität der kurzen Schwankungen bei Verteilung der Stationen auf ein zweidimensionales Gebiet gegenüber dem ruhigeren Verlauf derselben bei Verteilung der Stationen auf ein eindimensionales läßt, an der Hand des obigen Ausdruckes für N—S, ebenfalls vermuten, daß systematische, lokale Einflüsse noch in der »Polbahn« bestehen; um deren Größenordnung zu übersehen, sei erwähnt, daß unter den 221 Abweichungen der Jahreszehntel

eine $0\overset{\prime\prime}{.}1$ überschreitet,

28 zwischen $0\overset{\prime\prime}{.}05$ und $0\overset{\prime\prime}{.}1$ liegen,

192 kleiner sind als $0\overset{\prime\prime}{.}05$.

Jedenfalls darf eine eigentliche Polbahn die Auswahl der Stationen nicht mehr erkennen lassen, so daß sie auch von einem Wechsel derselben nicht mehr betroffen werden kann.

Drittens ist es schwer anzunehmen, daß diese durch Fig. 2, Taf. I und durch die 3 Formeln geschilderten Mittelkurven der Vektoren der »Polbahn« nur zwischen 1890—1912 Geltung haben. Die ihr zugrunde liegende reelle Erscheinung dürfte auch früher stattgefunden haben, mithin auch zur Zeit der Bestimmung der Nutationskonstante; diese Rückwirkung ist noch zu untersuchen. Zudem ist hier in Betracht zu ziehen, daß die zur Reduktion auf den scheinbaren Ort seither benutzte Formel für einen starren Körper gilt, während dieser als nachgiebig angenommen wird schon bei dem Nachweis, daß die Euler'sche 10-monatliche Periode zu verlängern sei auf $14^1/_2$ Monate.

---

[2] Siehe unter anderen: Elementare Theorie der Gezeiten, von Dr. J. P. van der Stok. Übersetzt von Prof. Dr. E. Herrmann. Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie, 1911, 39. Jahrgang, p. 235.

Ähnliches gilt übrigens von der Aberrationskonstante namentlich in bezug auf die hier eliminierten jährlichen Periodizitäten.

Aus diesen Gründen wird eine eindeutige Auslegung der 3 Formeln schwierig. Als Grundlage scheint ein Kreis von etwa $^1/_6$ Bogensekunde Radius bestehen zu bleiben, der in rund $14^1/_2$ Monaten durchlaufen wird. Die 6 trigonometrischen Glieder bleiben mehrdeutig. Die Periodenverlängerungen sind wohl nicht reell. Die Abweichungen der Jahreszehntel gegen die Mittelkurve verraten einen wesentlichen systematischen, lokalen Einfluß.

Auch die Drehung des Radiusvektors oder den Polarwinkel habe ich zum Teil untersucht als Funktion der Zeit, eine vollständige Durchrechnung steht noch aus. Es scheint mir rationell, die Flächengeschwindigkeit zu prüfen; offenbar sind die Zeiten der 3 Minima des Radiusvektors heikle Stellen für den Polarwinkel. Auf die von Herrn Kimura berechnete Veränderlichkeit der $14^1/_2$-Monatsperiode, die mit dieser Drehung zusammenhängt, wird später noch eingegangen werden. Von den beiden Argumenten der »Polbahn«, Radiusvektor und Polarwinkel, ist der hier im einzelnen behandelte erstere das wichtigere; was im vorhergehenden Absatze von ihm ausgesagt wurde, überträgt sich teilweise auf die »Polbahn« selbst. Ich vermag dieser deshalb keinen definitiven Charakter beizulegen, sondern muß sie zu einem Teile für illusorisch halten.

Ein positives Ergebnis der mehrfachen Ausgleichungen sei noch hervorgehoben. Die den Tabellen 2, 7, 8 und 9 zu entnehmenden Reihen übrigbleibender Fehler zeigen bei dem Übergang von der Kooperation zur Beobachtung auf dem 39. Parallel weder Knick noch Sprung, ebensowenig wie die Mittelkurve auf Tafel I, Figur 2; ihr Verhalten ist im ersten Abschnitt ebenso gut als im zweiten. Für die Gewinnung einer Mittelkurve sind die Beobachtungen während der Kooperation als vollständig gleichwertig zu erachten mit denen auf dem 39. Parallel.

Wegen der Elimination jährlicher Periodizität ist auf diese Mittelkurve mehr Gewicht zu legen als auf die von lokalen Einflüssen betroffenen Kurven der Jahreszehntel; ein weiteres Eingehen auf die Abweichungen zwischen beiden (siehe Tafel I, Figur 3), etwa durch genaueres Berechnen der Epochen der Extreme oder durch eine immerhin Erfolg versprechende, numerische Darstellung, darf mit Rücksicht auf näher liegende Untersuchungen noch unterbleiben.

---

§ 3.

A. Synthetische Untersuchung des Einflusses täglicher Schwingungen auf Polhöhenschwankung, Schlußfehler und $\Sigma\Delta\Phi$.

Die im § 2 gegebene Herleitung von Widersprüchen in der »Polbahn« besteht unabhängig von der Annahme täglicher Schwankungen. Die bisher übliche Ableitung von Polhöhenschwankungen basiert durchaus auf der Annahme, daß die Polhöhe in den 2 Stunden zwischen beiden Gruppenmitteln eines Abends keine beachtenswerte Änderung erfahre; dem stehen auf der anderen Seite die außerordentlichen Widersprüche in den Schlußfehlern und in den $\Sigma\Delta\Phi$ sowie die schon erwähnte, von Herrn Schnauder bereits 1905 veröffentlichte Tatsache gegenüber, daß unabweisliche Widersprüche zwischen gewissen mittleren Fehlern auf Veränderlichkeit in jener Zwischenzeit hindeuten.

Mit Sicherheit geht aus § 2 hervor, daß der Erdmond einen Einfluß auf die Polhöhenschwankung hat. Die kürzeste der hervorgetretenen Perioden hat eine Dauer von 14 Tagen; die Analogie mit den Meeresgezeiten legt es nahe, zu untersuchen, ob auch tägliche Schwankungen eine Rolle spielen könnten.

Im folgenden soll untersucht werden, welchen Einfluß eine solche Veränderlichkeit auf die Polhöhenschwankung, die Schlußfehler und die Größen $\Sigma\Delta\Phi$ hat, mit Rücksicht auf Beobachtungsprogramm und Reduktionsverfahren. Dabei wird es nötig, eine mathematische Form für diese Veränderlichkeit mit der Zeit anzusetzen. Man könnte eine immerhin mögliche Form durch die bereits erwähnte, aus der auf Tafel III dargestellten Schar von Tageskurven gewinnen, indem man die einzelnen Kurven nach sin und cos des einfachen und des doppelten Stundenwinkels der Sonne oder des Mondes ansetzt, die unbekannten Koeffizienten durch Ausgleichung bestimmt und nachher versucht, die so entstehenden, wahrscheinlich langperiodischen Reihen der Koeffizienten der Zeit nach darzustellen. Die einfachste in den Formeln für Nutation, Aberration und für die fluterzeugende Kraft eines anziehenden Körpers vorkommende Funktion ist der Sinus; ich begnüge mich deshalb hier mit der Annahme, daß neben langperiodischen Schwankungen eine kurzperiodische Schwingung vorliege, die nach einem Sinusgesetze erfolge und deren Periode nahezu die Dauer eines Tages habe.

Ein Sinusgesetz habe ich bereits im Jahre 1896 benutzt[1], um den Einfluß einer mit der Tageszeit veränderlichen Refraktion auf die Polhöhenschwankung zu verfolgen; die Störungen derselben sowie die der Schlußfehler wurden dabei nur durch Zahlenreihen ausgedrückt, mit Hilfe willkürlicher numerischer Daten für die Größe der Refraktionsanomalie. Im folgenden sollen die aus einer solchen Annahme sich ergebenden Störungen durch Formeln ausgedrückt werden, da diese weitergehende Schlüsse gestatten als vereinzelte Zahlenreihen.

Die gestellte Aufgabe ist zunächst für ein idealisiertes Programm durchgeführt worden, um zu übersichtlichen Ausdrücken für Polhöhenschwankung, Schlußfehler und $\Sigma\Delta\Phi$ zu kommen; es wurden die beiden Annahmen gemacht:

1. Es werde jeden Tag beobachtet, und dies, um auf äquidistante Argumente bei der Bildung von Gruppenmitteln der Polhöhe zu kommen;

2. die Anschlußdauern der Gruppen seien gleich lang, um auf äquidistante Argumente bei der Berechnung des Schlußfehlers und der $\Sigma\Delta\Phi$ zu kommen.

---

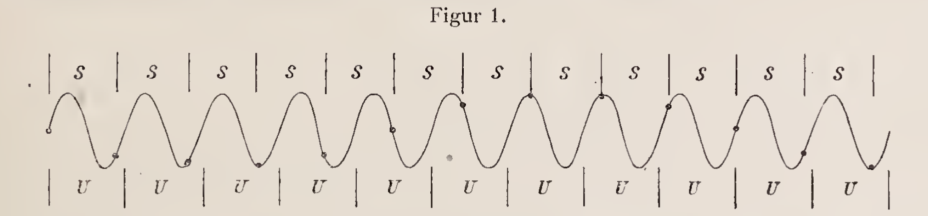
[1] Über den Einfluß einer unsymmetrischen, veränderlichen Refraktion auf die Polhöhenschwankung. Astronomische Nachrichten, Band 141, Nr. 3365, p. 81.

Die Dauer eines Anschlusses sei gleich p Sterntagen, die Anzahl der Gruppen sei 12.

Da es ferner eine Tatsache der Beobachtung ist, daß die Schlußfehler nach Zeit und Station sehr veränderlich sind und deshalb zu Verbesserungen der Aberrationskonstanten und der Deklinationen vorläufig nicht verwendet werden können, so darf auf solche Verbesserungen hier verzichtet werden.

Es sei S die Länge eines Sterntages, $U = S + d$ die Dauer einer täglichen, konstanten Schwingung; für Sonne oder Mond würde d demnach rund 4^m oder 52^m (im Durchschnitt) sein. Wird täglich zur selben Sternzeit beobachtet, so erhält man nach Ausweis der folgenden Figur eine Punktfolge, die scheinbar einer periodischen Schwankung von entsprechend langer Periode angehört.

Figur 1.



Die Dauer dieser Schwankung sei n Sterntage; da hier $S < U$ angenommen wird, so ist

$$n.S = (n-1)\,U, \qquad U - S = \frac{S}{n-1} = d.$$

Die Zeit zwischen den Mitten zweier Nachbargruppen sei b, so ist hier

$$b = \frac{24^h}{12} = 2^h.$$

Bezeichnet man mit A einen Ausgangswert des Argumentes, so ergibt sich mit Rücksicht auf den Gruppenwechsel folgende Argumentreihe.

Tabelle 10.

Nr. des Sterntages	Gr. I	Gr. II	Gr. III	Gr. IV
1	A	$A + b$		
2	$A - d$	$A - d + b$		
3	$A - 2d$	$A - 2d + b$		
.				
.				
.				
p	$A-(p-1)\,d$	$A-(p-1)\,d+b$		
1. Gruppenwechsel				
$p+1$		$A - pd + b$	$A - pd + 2b$	
$p+2$		$A-(p+1)\,d+b$	$A-(p+1)\,d+2b$	
.				
.				
.				
$2p$.		$A-(2p-1)\,d+b$	$A-(2p-1)\,d+2b$	
2. Gruppenwechsel				
$2p+1$			$A - 2pd + 2b$	$A - 2pd + 3b$
.			. . . .	. . . .
.				
.				

In der i^{ten} Zeile ist für beide Gruppen zu ergänzen: $+ (i-1).360°$.

Von den Sinus dieser Argumente sind Monatsmittel zu bilden; wie im § 1 seien die beiden Abschnitte jeder Gruppe durch untere, die Jahre durch obere Indizes bezeichnet. Bei der Summation entsteht ein gemeinsamer Faktor

$$\frac{\sin\frac{pd}{2}}{p \cdot \sin\frac{d}{2}},$$

der mit C bezeichnet werden möge. Die in der üblichen bequemen Treppenform geschriebenen Monatsmittel sind dann:

$$I_2^1 = C\sin\left(A+\frac{d}{2}-\frac{pd}{2}\right), II_1^1 = C\sin\left(A+\frac{d}{2}-\frac{1}{2}pd+b\right),$$

$$II_2^1 = C\sin\left(A+\frac{d}{2}-\frac{3}{2}pd+b\right), III_1^1 = C\sin\left(A+\frac{d}{2}-\frac{3}{2}pd+2b\right),$$

$$III_2^1 = C\sin\left(A+\frac{d}{2}-\frac{5}{2}pd+2b\right) \text{ usf.}$$

Nimmt man zeilenweise Mittel, so entsteht, wenn man den gemeinsamen Faktor

$$\frac{\sin\frac{pd}{2}}{p \cdot \sin\frac{d}{2}} \cdot \cos\frac{b}{2}$$

mit C_A bezeichnet, die Reihe der monatlichen Abendmittel:

$$C_A\sin\left(A+\frac{d}{2}-\frac{1}{2}(pd-b)\right),$$

$$C_A\sin\left(A+\frac{d}{2}-\frac{3}{2}(pd-b)\right),$$

. . . .

und nach dem m^{ten} Gruppenwechsel

$$C_A\sin\left(A+\frac{d}{2}-\frac{2m+1}{2}(pd-b)\right). \tag{8}$$

Der Faktor

$$\frac{\sin\frac{pd}{2}}{p \cdot \sin\frac{d}{2}}$$

ist bei kleinem d so lange wenig von 1 verschieden, als p sich innerhalb mäßiger Grenzen hält; ferner ist

$$\cos\frac{b}{2} = \cos 15° = 0\cdot966,$$

so daß die Amplitude dieser langperiodischen Schwankung wenig von jener der zugrunde liegenden Sinusschwingung verschieden ist. Die Periode der bei Gruppenwechsel entstehenden langen Schwankung ist zu berechnen aus

$$m_J = \frac{\pm 2\pi}{-pd+b}, \tag{9}$$

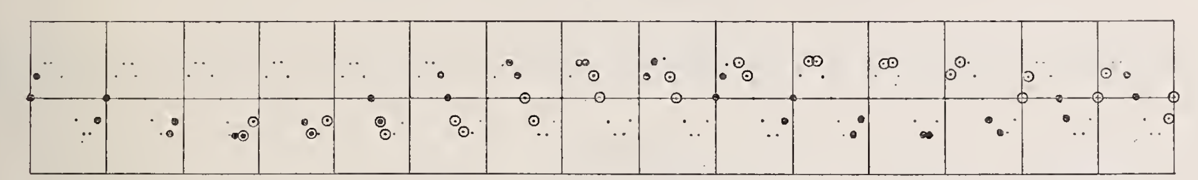
wo m_J die Anzahl von Gruppenwechseln angibt, nach der eine solche Interferenz eintritt. Bei dieser Kettenmethode und beim Bestehen solcher kurzperiodischer Schwingungen können demnach Verlängerungen oder Verkürzungen langperiodischer Schwankungen erscheinen, so daß das Erkennen der Periode erschwert wird; vgl. § 2.

Die folgende Skizze soll diesen Vorgang geometrisch anschaulich machen; beispielsweise wurde gesetzt:

$$U = 10\,mm, \quad S = 9\,mm, \quad d = 1\,mm, \quad p = 3,$$

so daß nach jedem dritten Tage ein Gruppenwechsel eintritt.

Figur 2.



Die durch die Mitte zwischen 2 Punkten gezogene Kurve entspricht einer und derselben Rektaszension; die Folge der Ringe entsteht bei Gruppenwechsel, sie erscheint der Punktkurve gegenüber verlängert. Man kann auf diese Weise leicht Verlängerungen und Verkürzungen um willkürliche Bruchteile erreichen. Die Folge der Ringe ist aus Stücken verschiedener Kurven zusammengesetzt, von denen jede für eine andere Rektaszension gilt.[1] Die Sprünge infolge des Gruppenwechsels werden beim Ziehen[2] einer »möglichst zwanglos anschließenden« Kurve aus freier Hand, einer Art graphischer Ausgleichung, verwischt; sie werden allerdings durch die unvermeidliche Beobachtungsungenauigkeit zum Teil verdeckt, geschehen aber immer nach vorwärts. Infolge von Summation der vernachlässigten Unterschiede entsteht die Verlängerung.

Für den Schlußfehler werden Gruppenunterschiede gebildet, diese werden bis zur Wiederkehr derselben Gruppe, allgemein über $M = 12$ Gruppenwechsel, summiert; die Reihe der Schlußfehler lautet, wenn man den gemeinsamen Faktor

$$-2\,\frac{\sin\frac{pd}{2}}{p.\sin\frac{d}{2}}\,.\sin\frac{b}{2}\,.\,\frac{\sin\left(M.\frac{pd-b}{2}\right)}{\sin\frac{pd-b}{2}}$$

mit C_S bezeichnet:

$$\left.\begin{aligned} I^1.I^2 &= C_S.\cos\left(A+\frac{d}{2}-M.\frac{pd-b}{2}\right),\\ II^1.II^2 &= C_S.\cos\left(A+\frac{d}{2}-(M+2)\frac{pd-b}{2}\right),\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad 10)$$

Im Faktor C_S verdient besonders der zweite Sinusquotient Beachtung, der für kleine Werte von $pd - b$ den Wert 12 erreichen kann; wie bereits im § 1, p. 3 [319] oben erwähnt, ist die Schwankung in den Schlußfehlern zweimal so groß als die der Abendmittel.

Die Periode des Cosinusgliedes erscheint wiederum verlängert.

---

[1] Über wesentliche Unterschiede zwischen den Polhöhenschwankungen aus Sternen verschiedener Rektaszension berichtet Herr B. Wanach im Archiv for Mathematik og Naturvidenskab, Band 16; siehe auch Astronomische Nachrichten, Band 129, p. 329, sowie Ergänzungsheft 11, p. 18, § 8

[2] Band I der »Resultate...«, p. 152; Band II, p. 157 und 162.

Um die $\Sigma\Delta\Phi$ zu erhalten, hat man die Differenzen $\mathrm{II}_2^1-\mathrm{II}_1^1$, $\mathrm{III}_2^1-\mathrm{III}_1^1$ u. s. f. zu bilden und diese sukzessive zu addieren; das allgemeine Glied heißt, wenn man den gemeinsamen Faktor

$$2 \cdot \frac{\sin \frac{pd}{2}}{p \cdot \sin \frac{d}{2}} \cdot \sin \frac{pd}{2} \frac{\sin m \frac{pd-b}{2}}{\sin \frac{pd-b}{2}}$$

mit C_Σ bezeichnet:

$$\Sigma\Delta\Phi = C_\Sigma \cdot \cos\left(A + \frac{d}{2} - (m+1) \cdot \frac{pd-b}{2}\right). \qquad 11)$$

Der Faktor C_Σ enthält außer zwei konstanten Faktoren den mit m, also mit der Zeit veränderlichen Faktor

$$\frac{\sin m \frac{pd-b}{2}}{\sin \frac{pd-b}{2}}.$$

Für kleine Werte von $pd-b$ wächst dieser und damit die Amplitude der $\Sigma\Delta\Phi$ mit der Zeit an. Der Grenzwert dieses Quotienten für $pd-b=0$ ist bekanntlich gleich m, so daß dann die Zeit vor die trigonometrische Funktion tritt, während diese selbst sich auf eine Konstante reduziert; siehe die Σ der Tab. II.

In dem Falle: $pd-b=0$ ist obige Form für $\Sigma\Delta\Phi$ vorzuziehen; ist dagegen $pd-b \gtrless 0$, so enthällt sie zwei mit der Zeit veränderliche Faktoren. Besser ist dann folgende Form:

$$\Sigma\Delta\Phi = \frac{\sin \frac{pd}{2}}{p \cdot \sin \frac{d}{2}} \cdot \frac{\sin \frac{pd}{2}}{\sin \frac{pd-b}{2}} \left[\sin\left(A + \frac{d}{2} - \frac{pd-b}{2} - m\,(pd-b)\right) - \sin\left(A + \frac{d}{2} - \frac{pd-b}{2}\right)\right]. \qquad 12)$$

Wie vorhin, so erscheint auch hier eine verlängerte Periode.

Besonderes Interesse erregen die Fälle, in denen die Sinusquotienten große Werte erreichen können, da dann infolge von Resonanz verstärkte Wirkung eintreten kann; es entsteht die Aufgabe, die betreffenden Werte aufzusuchen. Dazu ist nötig, daß der Ausdruck $pd-b$ einen der Werte $\pm\, n \cdot \pi$ annehme, wo $n = 0, 1, 2 \ldots$ ist.

Der Zahlenwert für p ergibt sich aus der Überlegung, daß ein Jahreszyklus sich aus 12 Zeitabschnitten zusammensetzt, von denen mit Rücksicht auf den Gruppenanschluß jeder gleich $p \cdot S + 2^{\mathrm{h}}$ ist; folglich ist: $12\,(pS + 2^{\mathrm{h}}) = 366\frac{1}{4}\,S$. Setzt man 2^{h} gleich $\frac{S}{12}$ ein, so erhält man leicht $p = 30 \cdot 44$ Sterntagen.

Da $b = 30°$ ist, so ergibt sich folgende Tabelle:

Tabelle 11.

$pd-b$	0°	+180°	+360°	+540°	usf.
$d =$	$\frac{30°}{30 \cdot 44}$	$\frac{210°}{30 \cdot 44}$	$\frac{390°}{30 \cdot 44}$	$\frac{570°}{30 \cdot 44}$	

oder endlich

$d =$	0°986	6°90	12°81	18°73.

Die Größe $d = \frac{30°}{30 \cdot 44} = \frac{360°}{365 \cdot 24}$ entspricht genau der mittleren täglichen Bewegung der Sonne, mithin tritt bei einer nach mittlerer Zeit verlaufenden täglichen Schwingung vollkommene Resonanz ein; im Grunde beruht dies darauf, daß die Beobachtungsepoche infolge des Gruppenwechsels ständig zur selben Tageszeit zurückkehrt.

Unter den übrigen d fällt sofort der Wert 12°81 auf, da er der täglichen mittleren Bewegung des Erdmondes, nämlich 13°2, sehr nahe kommt; somit tritt hier nahezu Resonanz zwischen Beobachtungsprogramm und Mondbewegung ein.

Nimmt man nur 10 Gruppen, wie bei der Potsdamer 6-Jahresreihe, so erhält man mit

$$b = 36°,\ p = \frac{365\frac{1}{4}}{10}$$

wiederum vollständige Resonanz bei der Sonne; aus der Gleichung $36 \cdot 5 . d - 36° = 360°$ folgt immerhin noch $d = 11°$.

Die Annahme eines Cosinusgesetzes für die tägliche Schwingung gibt keine wesentliche Änderung, abgesehen von einer Phasenverschiebung.

Setzt man zwei Umläufe an einem Tage voraus, etwa nach Analogie mit den Meeresgezeiten, so ist zu ersetzen d durch $2\,d, b$ durch $2\,b$; es erscheinen dann die Hälften der oben berechneten langen Perioden.

Die Reihe der Abendmittel erhält den gemeinsamen Faktor $\frac{\sin p\,d}{p . \sin d} \cos b$; läßt man diesen vorläufig weg, so wird diese Reihe:

$$\begin{aligned} &\sin (A + d - \quad (p\,d - b)), \\ &\sin (A + d - 3\,(p\,d - b)), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Die Schlußfehler haben den gemeinsamen, konstanten Faktor

$$-2 . \frac{\sin p d}{p . \sin d} \sin b \frac{\sin M (p\,d - b)}{\sin (p\,d - b)};$$

die Reihe der veränderlichen Faktoren lautet:

$$\begin{aligned} &\cos (A + d - \qquad M (p\,d - b)), \\ &\cos (A + d - (M + 2)\,(p\,d - b)), \end{aligned} \qquad 14)$$

wenn M wiederum die Gruppenanzahl bedeutet.

Für die $\Sigma \Delta \Phi$ erhält man wiederum 2 Formen: ist $p\,d - b \gtrless 0$, so ist es besser, zu berechnen:

$$+\frac{\sin p d}{p . \sin d} \cdot \frac{\sin p d}{\sin (p d - b)} \cdot [\sin (A + d - (p d - b) - 2\,m\,(p d - b)) - \sin (A + d - (p d - b))]. \qquad 15)$$

Dagegen ist für $p\,d - b = 0$ vorzuziehen:

$$-2 . \frac{\sin p d}{p . \sin d} . \sin p d . \frac{\sin m\,(p d - b)}{\sin (p d - b)} \cdot \cos (A + d - (m + 1)\,(p d - b)). \qquad 16)$$

Auch hier findet für die Sonne streng, für den Mond nahezu Resonanz statt.

Diese Beziehung zum Mondumlauf bedingt eine gewisse Wiederkehr der Mondstellung während der Abwicklung des Beobachtungsprogrammes im Laufe der Jahre; hierzu sei folgendes Beispiel aufgeführt.

Für die mittleren Epochen der Beobachtung aller Gruppenpaare in Carloforte zwischen 1900 und 1909 habe ich den Stundenwinkel und die Deklination des Mondes zusammengestellt. Für ein und dasselbe Gruppenpaar ergeben sich folgende Unterschiede des Stundenwinkels zwischen aufeinanderfolgenden Jahren:

Tabelle 12.

Gruppen-paar	1899/1900	1900/1901	1901/1902	1902/1903	1903/1904	1904/1905	1905/1906	1906/1907	1907/1908	Mittel
I. II.	$+8^h$	$+6^h$	$+10^h$	$+6^h$	$+10^h$	$+10^h$	$+11^h$	$+6^h$	$+8^h4$
II. III.	+5	+10	+11	+7	+11	+6	+9	+10	+8·6
III. IV.	+8	+7	+12	+6	+10	+7	+9	+10	+8·6
IV. V.	+5	+9	+12	+7	+10	+10	+10	+4	+8·4
V. VI.	+8	+9	+9	+11	+8	+6	+11	+8	+8·8
VI. VII.	+10	+8	+9	+11	+7	+11	+5	+11	+9·0
VII. VIII.	+11	+8	+12	+8	+7	+8	+10	+10	+9·3
VIII. IX.	+10	+8	+8	+8	+12	+8	+8	+11	+9·1
IX. X.	+11	+7	+7	+12	+9	+7	+9	+11	+9·1
X. XI.	+10	+10	+8	+10	+8	+9	+9	+9	+9·1
XI. XII.	+8	+11	+7	+9	+9	+9	+8	+9	+8·8
XII. I.	+6	+10	+6	+12	+8	+7	+9	+9	+8·4
Mittel	+8·3	+8·6	+9·3	+8·9	+9·1	+8·2	+9·0	+9·0	+8·8

Bei Wiederkehr derselben Gruppenkombination im folgenden Jahre hat hiernach der Mond einen um durchschnittlich 9^h kleineren Stundenwinkel; daraus entsteht eine Periode von 24 : 8·8 gleich 2·7 Jahren, die uns später noch begegnen wird.

Zwischen aufeinanderfolgenden Gruppenkombinationen ergeben sich folgende Differenzen der mittleren Stundenwinkel des Mondes:

Tabelle 13.

Gruppen-kombination	1899/1900	1900/1901	1901/1902	1902/1903	1903/1904	1904/1905	1905/1906	1906/1907	1907/1908	Mittel	Differenz der Anschluß-dauer *
											Tage
II. III.–I. II.	-2^h	$+1^h$	-3^h	-4^h	-5^h	-6^h	-2^h	0^h	-4^h	-2^h8	−6
III. IV.–II. III.	+3	0	+3	+2	+3	+4	+3	+3	+3	+2·7	−3
IV. V.–III. IV.	+3	+6	+4	+4	+3	+3	0	−1	+5	+3·0	−1
V. VI.–IV. V.	+5	+2	+2	+5	+1	+3	+7	+6	+2	+3·7	0
VI. VII.–V. VI.	+5	+3	+4	+4	+4	+5	0	+6	+3	+3·8	0
VII. VIII.–VI. VII.	+4	+3	+3	0	+3	+3	+6	+1	+2	+2·8	+1
VIII. IX.–VII. VIII.	+1	+2	+2	+6	+6	+1	+1	+3	+2	+2·7	+2
IX. X.–VIII. IX.	+1	0	+1	+2	−2	+1	+2	+1	+1	+0·8	+3
X. XI.–IX. X.	−2	−1	−4	−5	−3	−2	−4	−4	−2	−3·0	+4
XI. XII.–X. XI.	−9	−7	−8	−7	−6	−7	−7	−6	−6	−7·0	+5
XII. I.–XI. XII.	−11	−9	−8	−7	−10	−9	−7	−8	−8	−8·6	0
I. II.–XII. I.	+2	0	+4	0	+6	+4	+1	−1	+2	+2·0	−5

* Gemäß Band I der »Resultate...«, p. 7.

Somit findet im Zusammenhange mit der Verschiedenheit der Anschlußdauer ein relatives, periodisches Vor- und Zurückgehen des mittleren Mondstundenwinkels gegenüber den mittleren Gruppenepochen statt, das sich nun gemäß Tabelle 12 von Jahr zu Jahr um rund 9^h verschiebt.

Auch die Deklinationen gruppieren sich in auffälliger, schwerlich vorherzusehender Weise; dabei zeigt sich ein nahe dreijähriger Zyklus, für den zwei Beispiele hier aufgeführt seien.

Tabelle 14.

Gruppen-kombination	1900 1901	1903 1904	1906 1907	1899 1900	1902 1903	1905 1906	1907 1908	Anschluß-dauer*
	1.			2.				
I. II.	−20°	− 4°	−16°	+20°	+18°	+14°	+ 7°	35 Tage
II. III.	−21	−15	−15	0	− 6	− 3	+22	29
III. IV.	−21	−17	−16	+ 6	− 4	+ 3	+22	26
IV. V.	−14	−18	− 6	+11	+ 2	− 9	+18	25
V. VI.	−16	−18	−19	+22	+15	+17	+19	25
VI. VII.	− 8	−17	−17	+18	+18	+ 8	+14	25
VII. VIII.	− 3	−17	−20	+12	+16	+20	+12	26
VIII. IX.	− 6	− 2	−15	+14	+18	+19	+11	28
IX. X.	−12	−15	−20	+20	+16	+20	+18	31
X. XI.	−21	−15	−11	+20	+ 2	− 4	+22	35
XI. XII.	+14	+16	+22	−21	−16	−10	−17	40
XII. I.	− 7	−18	−20	+18	+18	+18	+ 7	40

* Gemäß Band I der »Resultate...«, p. 7.

Nach alledem brauchen sich die Mondstellungen auch bei Zusammenfassungen über solche Zeiträume wie zum Beispiel: Dauer der Gruppenanschlüsse nicht so zu verteilen, daß eine Kompensation von Mondeinflüssen eintritt; es kann wohl ein Einfluß bestehen bleiben und bei der Kettenmethode sogar eine Summation entstehen. Wenn man demnach die Polhöhen, wie im Ergänzungsheft Nr. 11, p. 4 und 5, geschehen, nach dem Stundenwinkel oder der Deklination des Mondes ordnet, so können sehr wohl systematische Gänge erscheinen, wie es nach Tabelle 4 und 5 des genannten Heftes auch der Fall ist.

Die Stundenwinkel und die Deklinationen für die Tabellen 12 und 14 sind für die wirklichen Beobachtungstage in Carloforte berechnet; für ein idealisiertes Programm würden die Zahlen der beiden Tabellen sich regelmäßiger ändern als dort. Abweichungen von den mittleren oder durchschnittlichen Epochen des Beobachtungsprogrammes können scheinbare einmalige, eventuell auch systematische Abweichungen erzeugen. Dies kann zum Beispiel für die Unterschiede gelten, die zwischen den Epochen gleicher Rektaszension auf dem Nord- und Südparallel bestehen, siehe Tabelle 48, p. 71 [387].

Weiterhin habe ich den Versuch gemacht, das Beobachtungsprogramm und das Reduktionsverfahren anzuwenden auf eine Schwankung, die dem bekannten Ausdruck für die fluterzeugenden Kräfte von Mond und Sonne gehorcht. Zu dieser Aufgabe habe ich die Beobachtungszeiten von Carloforte zwischen 1899·8 bis 1909·0 benutzt, weil das Programm dieser Station dem vorgeschriebenen durchweg am besten entspricht; dazu dienten drei Hilfstabellen für die Koeffizienten

$$3\sin^2\delta - 1, \qquad \sin 2\delta \cos t, \qquad \cos^2\delta \cos 2t.$$

Die Rektaszensionen und Deklinationen des Mondes wurden dem Greenwicher Nautical Almanac auf 0^h1 und auf 1° entnommen. Vernachlässigt wurde erstens die Veränderung der Deklination zwischen den beiden Gruppen eines Tages sowie die Veränderlichkeit des parallaktischen Faktors im Koeffizienten H^1. Der hier anzuwendende Zahlenfaktor zur Verwandlung in Bogensekunden ist nach Helmert[2] 0"0174, als

[1] Van der Stok, a. a. O. p. 235.

[2] Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, II. Teil, p. 384.

Verkleinerungsfaktor für die Herleitung der Sonnenflut aus der Mondflut diente nach van der Stok 0·449 [1]. Die Breite des Beobachtungsortes ist 39° 8′.

Die so erhaltenen Zahlenwerte für die 3 Ausdrücke in der eckigen Klammer der Formel 6) p. 20 [336] wurden nunmehr wie beobachtete Polhöhen behandelt, indem Abendmittel, Schlußfehler und $\Sigma\Delta\Phi$ daraus berechnet wurden. Die tatsächlich beobachteten Widersprüche in den Polhöhenschwankungen können indessen nicht daraus folgen, sie sind viel größer; ich begnüge mich deshalb, nur Folgendes kurz zu berichten über die Ergebnisse jener Rechnung. In den verschiedenen aus Mond und Sonne herrührenden Teilfluten treten teils jährliche, teils längere Perioden auf, die teils Schwankungen um Null, teils um eine Konstante darstellen. Das Glied mit dem Faktor $\cos^2\delta.\cos 2t$ ergibt bei Mond und Sonne in den $\Sigma\Delta\Phi$ An- oder Abstiege, von denen aber nur hervorzuheben ist, daß bei der Sonne in den 9 Jahren ein Anstieg von 0ʺ18, entsprechend einem Jahresschlußfehler von 0ʺ02, entsteht[2]; die übrigen Beträge bleiben zumeist unter 0ʺ01. Das zweite und dritte Glied in dem Ausdrucke 6) haben Perioden von der ungefähren Dauer eines ganzen oder eines halben Tages infolge der Faktoren $\cos t$ und $\cos 2t$. Wenn sich hier auch zu kleine numerische Beträge für jene Widersprüche in den Abendmitteln, Schlußfehlern und $\Sigma\Delta\Phi$ ergeben haben, so muß doch hervorgehoben werden, daß diese kleinen, aus kurzperiodischen Gliedern folgenden Beträge ein ähnliches Verhalten zeigen wie die bei den Polhöhenschwankungen der Stationen auftretenden Widersprüche; diese Analogie stützt einigermaßen die Annahme kurzperiodischer Beeinflußungen der beobachteten Stationspolhöhen.

Fehler in der Aberrations- und in der Nutationskonstante bringen scheinbare Polhöhenänderungen, erstere auch scheinbare Schlußfehler, hervor. Bis vor etwa 10 Jahren pflegte man noch aus den Schlußfehlern Verbesserungen der Aberrationskonstanten zu berechnen; allein schon aus den überraschend großen Schlußfehlerdifferenzen zwischen den verschiedenen Stationen geht ohne Zweifel hervor, daß dies nicht angängig ist.[3] Zudem ist das vorliegende Programm zur Beobachtung der Polhöhenschwankung nicht günstig für eine Bestimmung dieser Konstanten. Bei der hier bestehenden Verquickung zwischen der Sonnenlänge (oder auch ihrer Rektaszension) und der Rektaszension der Sterne äußert sich der Einfluß eines Fehlers in der Aberrationskonstanten in eigentümlicher Weise. Es gehören immer folgende Daten zusammen:

Tabelle 15.

Gruppenkombination	Mittlere Rektaszension (abgerundet)	Mittlere Epoche	Sonnen- stundenw.		Sonnen- länge
III. IV.	5ʰ, 7ʰ	Jänner 18	135°	170°	300°
IV. V.	7 , 9	Febr. 11	146	177	325
V. VI.	9 , 11	März 8	150	176	348
VI. VII.	11 , 13	April 3	152	183	12
VII. VIII.	13 , 15	— 29	158	192	36
VIII. IX.	15 , 17	Mai 26	167	198	63
IX. X.	17 , 19	Juni 25	168	195	94
X. XI.	19 , 21	Juli 27	164	191	126
XI. XII.	21 , 23	Sept. 3	155	185	162
XII. I.	23 , 1	Okt. 12	144	176	197
I. II.	1 , 3	Nov. 19	138	167	234
II. III.	3 , 5	Dez. 21	135	162	269

[1] A. a. O. p. 237.

[2] In Übereinstimmung mit Herrn Küstner's Angabe in dem Aufsatze: Zur Bestimmung der Aberrationskonstante aus Meridian-Zenitdistanzen unabhängig von den Schwankungen der Polhöhe. Astronomische Nachrichten, Band 126, Nr. 3015, p. 246.

[3] Ergänzungsheft 11, p. 13, § 7, sowie Ross, a. a. O. und unsere Tabellen 50 bis 52.

Die beiden durchschnittlichen Sonnenstundenmittel beziehen sich auf die 2 Gruppen eines Abends. Diesen Daten könnte man noch die ebenfalls jährlich periodische Temperatur sowie die Deklination und auch die Rektaszension der Sonne zugesellen, die sich von der Länge nur um einige Grade unterscheidet.

Dieser Zusammenhang bringt es mit sich, daß der Ausdruck für die Aberration sich hier auf die § 1 p. 3 [319] mitgeteilte vereinfachte Form bringen läßt, die eine Annäherung von etwa 10 % gewährt. Berechnet man mit ihr den Einfluß einer Änderung der Aberrationskonstanten um 0ʺ1 auf Abendmittel, Schlußfehler und $\Sigma\Delta\Phi$, so erhält man folgende Einzelbeiträge:

Tabelle 16.

Gruppen-kombination	1. Glied			2. Glied			Summe		
	Beitrag zum								
	Abendmittel	Schlußfehler	$\Sigma\Delta\Phi$	Abendmittel	Schlußfehler	$\Sigma\Delta\Phi$	Abendmittel	Schlußfehler	$\Sigma\Delta\Phi$
III. IV.	+ʺ028	+ʺ033	ʺ000	+ʺ015	0	ʺ000	+ ʺ04	+ ʺ03	ʺ00
IV. V.	+·020	+·032	+·024	+·025	0	+ ·010	+ ·04	+ ·03	+ ·03
V. VI.	+·018	+·027	+·053	+·030	0	+ ·015	+ ·05	+ ·03	+ ·07
VI. VII.	+·013	+·033	+·078	+·030	0	+ ·015	+ ·04	+ ·03	+ ·09
VII. VIII.	+·006	+·037	+·105	+·025	0	+ ·010	+ ·03	+ ·04	+ ·12
VIII. IX.	—·002	+·034	+·133	+·014	0	— ·001	+ ·01	+ ·03	+ ·13
XI. X.	—·002	+·030	+·166	—·002	0	— ·018	·00	+ ·03	+ ·15
X. XI.	+·003	+·029	+·200	—·018	0	— ·034	— ·01	+ ·03	+ ·17
XI. XII.	+·011	+·032	+·239	—·029	0	— ·045	— ·02	+ ·03	+ ·19
XII. I.	+·021	+·032	+·281	—·030	0	— ·045	— ·01	+ ·03	+ ·24
I. II.	+·029	+·028	+·318	—·018	0	— ·034	+ ·01	+ ·03	+ ·28
II. III.	+·032	+·025	+·348	—.001	0	— ·016	+ ·03	+ ·03	+ ·33
			+·373			·000			+ ·37
	Schlußfehler	+·37							

Hiernach sind die Beiträge der Gruppenpaare zum Schlußfehler wenig voneinander verschieden; es sei hier erwähnt, daß auch der Einfluß der Aberration auf die verschiedenen Schlußfehler I. I, II. II usw. von einem mittleren Betrage nur um etwa 6 % abweicht.[1] Diese Konstanz ist der Bestimmung einer Verbesserung der Aberrationskonstanten nicht günstig und die Schwierigkeit wächst noch, wenn man bedenkt, daß die zur Bestimmung dienende beobachtete Schwankung eine jährliche Periodizität hat, die aus der Summe aller Einflüsse mit jährlicher Periode herauszuschälen ist. Ob die aus vielen neueren, zum Teil auch aus älteren Reihen folgende Vergrößerung der Struve'schen Konstante reell ist, wird sich erst beim Vergleich zwischen den Resultaten aus solchen Beobachtungsprogrammen ergeben, bei denen sich die im Ausdruck für die Aberration enthaltenen Veränderlichen $\odot$, α, δ unabhängig voneinander in zweckentsprechender Weise über ihre ganzen Gebiete erstrecken.

Im ganzen zeigen die Beträge der Aberration neben jährlicher auch t ä g l i c h e Periodizität, und zwar infolge ihrer Abhängigkeit von der Gruppenrektaszension; es sei auch hier darauf aufmerksam gemacht, daß sich bei Berechnung der Werte in Tabelle 16 ähnliche Erscheinungen gezeigt haben wie bei den beobachteten Polhöhenschwankungen.

In ähnlicher Weise kann man die Nutationsformel behandeln. Aus ihrem Hauptglied 9ʺ21 cos ☊ sin α ergibt sich eine jährliche Schwankung, deren Nullstellen bei $\alpha = 0°$ und $\alpha = 180°$ liegen; diesen

[1] Die Polhöhe von Potsdam, III. Heft, p. 30.

Rektaszensionen entsprechen die Gruppenkombinationen XII.I und VI.VII, deren Beobachtungsepochen, Oktober 12 und April 3, nahe mit denen des z-Gliedes zusammenfallen. Die Amplitude dieser Schwankung ist mit cos ☊ in 18·6jähriger Periode veränderlich. In den Schlußfehlern entstehen, wenn man eine Änderung der Nutationskonstanten um 0"1 annimmt, periodisch veränderliche Schwankungen von einigen 0"01. Die $\Sigma\Delta\Phi$ ändern sich sehr wenig, da der ☊ nur um 1 bis 2° während einer Anschlußdauer abnimmt.

Das zweitgrößte Glied 6"9.sin ☊ cos α verhält sich ähnlich wie das Hauptglied, nur sind seine Nullstellen um ein Vierteljahr verschoben; die übrigen Glieder sind zu klein, als daß eine entsprechende Unsicherheit ihrer Koeffizienten hier in Betracht kommen könnte.

Es scheint mir wünschenswert, daß der Einfluß von Fehlern in den Konstanten der Aberration und der Nutation vollständiger [1] als hier untersucht werde; beispielsweise müßte der Einfluß einer angenommenen Änderung der Aberrationskonstanten auf Gruppenmittel, Schlußfehler, Deklinationsverbesserungen, Polhöhenschwankung und $\Sigma\Delta\Phi$ für die gegebenen Deklinationen der einzelnen Sterne selbst durchgerechnet werden und dies nach einem durchschnittlichen Programme einer der 6 Stationen sowohl für die Polhöhen-, als für die Refraktionssterne. Es ist endlich, wie schon erwähnt, sehr wichtig, daß festgestellt werde, welcher Unterschied zwischen der Nutation eines starren und der eines elastischen Erdkörpers besteht.

B. Über die Dauer der 14½-Monatsschwankung.

Es werde wieder wie im Abschnitte A. eine kurzperiodische Schwingung angenommen von der ungefähren Dauer eines Tages, sowohl das Argument in Sternzeit als das der Schwingung mögen gleichzeitig bei 0 beginnen. Dauert eine Schwingung länger als ein Sterntag, so ist das Schwingungsargument das kleinere; eine Interferenz (noch ohne Gruppenwechsel) möge nach n Sterntagen erfolgen. Wird immer nach je 24^h Sternzeit beobachtet, so ist das Argumentintervall ein Sterntag; es sei mit A_S bezeichnet, das entsprechende Argument in Schwingungszeit mit A_U. Zwischen den Argumentintervallen besteht dann die Beziehung

$$A_S . n = A_U . (n+1), \quad \text{also } A_U = A_S . \frac{n}{n+1}.$$

Nennt man m die an sich willkürliche Anzahl der Gruppen und nimmt noch Rücksicht auf den Gruppenwechsel, das heißt, läßt nach $p$tägiger Beobachtung eine jedesmalige Verschiebung um $\frac{A_S}{m}$ nach vorwärts eintreten, so erhält man für die Zeiten der Beobachtung die folgende Reihe von Argumenten.

Nr. des Beobachtungstages	Erste Abendgruppe	Zweite Abendgruppe
1	0,	$0 + \frac{A_S}{m}\cdot\frac{n}{n+1}$,
2	$1 . A_S\frac{n}{n+1}$,	$1 . A_S . \frac{n}{n+1} + \frac{A_S}{m}\cdot\frac{n}{n+1}$,
3	$2 . A_S\frac{n}{n+1}$,	$2 . A_S\cdot\frac{n}{n+1} + \frac{A_S}{m}\cdot\frac{n}{n+1}$,
.	. . . .	. . . .
.	. . . .	. . . .
.	. . . .	. . . .
p	$(p-1) . A_S\frac{n}{n+1}$,	$(p-1)A_S . \frac{n}{n+2} + \frac{A_S}{m}\cdot\frac{n}{n+1}$,
1. Gruppenwechsel	———————	———————
$p+1$	$p . A_S\frac{n}{n+1} + \frac{A_S}{m}\cdot\frac{n}{n+1}$,	$p . A_S\cdot\frac{n}{n+1} + 2\frac{A_S}{m}\cdot\frac{n}{n+1}$,
.	. . . .	. . . .

---

[1] Eine Vervollständigung bringt die interessante Abhandlung des Herrn Dr. F. Biske: Versuch einer Deutung des jährlichen z-Gliedes in der Polhöhenvariation. Astronomische Nachrichten, Band 175, Nr. 4182, p. 99 bis 109.

Die durchschnittliche Argumentdifferenz ist jetzt

$$A_S \cdot \frac{n}{n+1} + \frac{A_S}{mp} \cdot \frac{n}{n+1} = A_S - \frac{A_S}{n+1} + \frac{A_S}{mp} \cdot \frac{n}{n+1}; \tag{17}$$

es entsteht wiederum die Frage nach einer Interferenz. Dabei sind 4 Fälle zu unterscheiden; nennt man q die Anzahl der Sterntage, nach denen eine Interferenz eintritt, so gehört zu jedem Falle ein Paar von Werten n, q, die durch Indizes gekennzeichnet werden mögen.

α) Die angenommene Schwingung daure länger als ein Sterntag; dieser Fall war oben bereits angenommen worden. Dann ist: $A_S . n_1 = A_U . (n_1 + 1)$.

Erster Fall:
$$A_S - \frac{A_S}{n_1+1} + \frac{A_S}{mp} \cdot \frac{n_1}{n_1+1} > A_S,$$

welcher Fall für Sonne und Mond eintritt. Dann gilt für eine Interferenz

$$A_S . q_1 = \left(A_S - \frac{A_S}{n_1+1} + \frac{A_S}{mp} \cdot \frac{n_1}{n_1+1}\right)(q_1 - 1),$$

woraus folgt:

$$q_1 = \frac{(mp+1) . n_1}{n_1 - mp} \text{ oder } n_1 = \frac{mp . q_1}{q_1 - (mp+1)}. \tag{18}$$

Positive Werte erhält man für

$$n_1 > mp, \qquad q_1 > mp+1.$$

Zweiter Fall:
$$A_S - \frac{A_S}{n_2+1} + \frac{A_S}{mp} \cdot \frac{n_2}{n_2+1} < A_S;$$ [1]

es gilt für die Interferenz

$$A_S . q_2 = \left(A_S - \frac{A_S}{n_2+1} + \frac{A_S}{mp} \cdot \frac{n_2}{n_2+1}\right)(q_2 + 1),$$

woraus folgt:

$$q_2 = \frac{(mp+1) . n_2}{mq - n_2}, \qquad n_2 = \frac{mp . q_2}{q_2 + mp + 1}.$$

Positive Werte von q_2 werden erhalten für $n_2 < mp$.

β) Die angenommene Schwingung daure kürzer als ein Sterntag, so folgt zunächst für die Argumente: $A_S . n_3 = A_U . (n_3 - 1)$.

Ist hierbei

Dritter Fall:
$$A_S + \frac{A_S}{n_3-1} + \frac{A_S}{mp} \cdot \frac{n_3}{n_3-1} > A_S,$$

so gilt für eine Interferenz

$$A_S . q_3 = \left(A_S + \frac{A_S}{n_3-1} + \frac{A_S}{mp} \cdot \frac{n_3}{n_3-1}\right)(q_3 - 1),$$

---

[1] Herr Sommerfeld zieht auf p. 665 der bereits zitierten »Kreiseltheorie« eine Schwingungsperiode in Betracht, die ein wenig kleiner ist als ein Sterntag.

woraus folgt

$$q_3 = \frac{(mp+1).n_3}{mp+n_3}, \qquad n_3 = \frac{mp.q_3}{(mp+1)-q_3},$$
$$q_3 < mp+1.$$

Der noch übrigbleibende 4. Fall scheint mir hier außer Betracht bleiben zu können.

Nach p. 26 [342] ist $m.p = 365\cdot 24$ und $mp+1 = 366\cdot 24$. Es ist hervorhebenswert, daß in den vorstehenden Formeln die beiden Größen m und p nur in Produktform auftreten, so daß lediglich n und q als Veränderliche darin bleiben. Behandelt man sie als rechtwinklige Koordinaten, so erkennt man, daß sie Hyperbeln darstellen, die nahezu gleichseitig sind. Im Falle 1) liegt ein Arm vollständig, in den Fällen 2) und 3) liegen nur Teile je eines Armes im ersten Quadranten.

Man kann diese Formeln ganz mechanisch benutzen, um zusammengehörige Periodenpaare aufzusuchen; einige a priori gegebene Perioden sind

für den Mond

Umlauf der Mondknoten	6816·95	Sterntage
» » Apsiden	3240·31	»
kombinierter Umlauf	2196·33	»

für die Erde

Euler'sche Periode	303·9	Sterntage.

Der letztere Wert folgt aus den von Herrn Sommerfeld auf den Seiten 663 und 668 der »Kreiseltheorie« gemachten Angaben. Man erhält damit folgende zugeordneten Periodenpaare.

Tabelle 17.

n		q	
$n_1 =$ 6816·95	Sterntage	$q_1 =$ 387·0	Sterntage
3240·31	»	412·8	»
2196·33	»	439·3	»
$n_2 =$ 303·9	»	$q_2 =$ 1815·5	»
$n_3 =$ 303·9	»	$q_3 =$ 166·3	»

Auffällig ist die Zuordnung zweier Perioden, die zwei beobachteten Perioden äußerst nahe kommen, es sind dies die in der dritten Zeile stehenden Zeiten. Während bisher[1] die Zahlen 5 und 6 benutzt wurden, um eine Beziehung zwischen beiden Perioden herzustellen, beruht obige Ableitung auf einer Interferenzbetrachtung an der Hand des Beobachtungsprogramms; dabei verbinden sich, wie eben bemerkt, die beiden diesem Programm entnommenen Zahlen m und p in den Endformeln zu einer Konstanten, nämlich $mp = 365\cdot 24$.

Die zu n_1 und n_2 gehörige hypothetische Tagesschwankung ist länger, die zu n_3 gehörige ist kürzer als ein Sterntag; für das Periodenpaar der dritten Zeile ist die Verlängerung $39^s 34$. Fast der gleiche Betrag war schon p. 12 des Ergänzungsheftes 11 gefunden worden, und zwar auf einem vom Beobachtungsprogramm unabhängigen Wege. Es möge bedeuten:

d die Dauer eines Sterntages,
δ » » » mittleren Tages,
τ » » einer zwischen beiden liegenden Schwingung.

[1] On the period of the 14½ months' term in the polar motion during the interval 1890—1903. By H. Kimura. Astronomische Nachrichten, Nr. 3981, Band 166, p. 331.

Interferenz komme zustande zwischen d und τ nach q Sterntagen,

» d » δ » n » ,

» τ » δ » $m\tau$—Schwingungen $=(m-1)$ mittleren Tagen;

an der genannten Stelle ist q durch $q+1$ ersetzt.

Dann bestehen die drei Bedingungen:

$$d.q = \tau(q-1),$$
$$d.n = \delta(n-1),$$
$$\tau.m = \delta(m-1).$$

Durch Elimination der beiden Verhältnisse $\frac{d}{\delta}$ und $\frac{\tau}{\delta}$ erhält man die Bedingung:

$$\frac{n-1}{n}\cdot\frac{q}{q-1}\cdot\frac{m}{m-1}=1.$$

Daraus folgt:

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{m}+\frac{1}{q-1}\cdot\frac{n-1}{n};$$

setzt man

$$n = 366\cdot2422 \text{ Sterntage},$$
$$q = 2196\cdot33 \quad »$$

so erhält man für die Zwischenzeit $m-1=438\cdot3$ mittlere Tage $=439\cdot5$ Sterntage.

Aus der Formel 18) ergibt sich zunächst:

$$\frac{1}{q_1}=\frac{1}{mp+1}-\frac{1}{n_1}\cdot\frac{mp}{mp+1};$$

hier ist zu setzen $mp=365\cdot2422$, $n_1=2196\cdot33$. Damit erhält man $q_1=439\cdot3$ Sterntage.

Somit scheint ein rationales Verhältnis zwischen gewissen mittleren Bewegungen oder eine »Gleichung« zu bestehen, ihre wahre Gestalt bleibt aber noch aus den bestehenden physischen Gesetzen zu ermitteln übrig. Möglicherweise spielen dabei die Zahlen 5 und 6 oder die Brüche $\frac{1}{6}$ und $1-\frac{1}{6}$ eine Rolle, mit denen, wie schon erwähnt, ebenfalls in mechanischer Weise und ohne innere Notwendigkeit, früher die Beziehung zwischen der 6-Jahresperiode und der Chandler'schen Periode hergestellt wurde. Es bestehen folgende Beziehungen, auf Sternzeit bezogen:

$$366\cdot2422\times6=2197\cdot4532,$$

mithin sehr nahe gleich der 6-Jahresperiode;

$$366\cdot2422\times\frac{6}{5}=439\cdot4906,$$

bis auf Bruchteile eines Sterntages mit der soeben berechneten Dauer der $14^1/_2$-Monatsperiode übereinstimmend. Ferner ist

$$366\cdot2422\times\frac{5}{6}=305\cdot2018$$

nahe übereinstimmend mit der Euler'schen Periode. Durch die beiden letzten Beziehungen erkennt man, daß das Sternjahr nahe die mittlere Proportionale zwischen der Euler'schen und der Chandler'schen Periode ist. Benutzt man dazu den Sommerfeld'schen Wert für erstere, so käme für die Chandler'sche Periode

$$\frac{(366\cdot2422)^2}{303\cdot9}=441 \text{ Tage}$$

sehr nahe gleich dem von Sir William Thomson gegebenen theoretischen Werte. Setzt man rückwärts für die Euler'sche Periode ihren bekannten Ausdruck $\frac{C-A}{C}$, wo C und A die Trägheitsmomente der Erde bedeuten, so erscheint die Chandler'sche Periode unter der Gestalt: $T_1^2 \cdot \frac{C-A}{C}$; T_1 steht hier an Stelle der Umlaufszeit der Erde.

Die vorhin ermittelte Differenz $\tau - d = 39^s34$ ist sehr nahe gleich $\frac{236^s555}{6} = \frac{\delta - d}{6}$, wo $\delta - d = 236^s555$ die Voreilung ist.

Zur Vervollständigung sei nach Herrn O. Pettersson[1] erwähnt, daß $18 \cdot 6 \times 6 = 111 \cdot 6$ ist, wodurch eine weitere Kommensurabilität zwischen bekannten Perioden, und zwar wieder mittels der Zahl 6 dargestellt ist.

Aus Formel 1) folgt

$$\frac{1}{6798 \cdot 3355} + \frac{1}{3231 \cdot 4662} = \frac{1}{2190 \cdot 3316},$$

die Zahlen geben die Dauer der Umläufe der Knotenlinie, der Apsidenlinie, sowie die Dauer der 6-Jahresperiode in mittleren Tagen. Drückt man die Dauern durch Sterntage aus, so wird

$$\frac{1}{6816 \cdot 9487} + \frac{1}{3240 \cdot 3137} = \frac{1}{2196.3285}. \qquad 19)$$

In der Formel 18) $q_1 = \frac{n_1 (mp+1)}{n_1 - mp}$ sind q_1 und n_1 in Sterntagen anzusetzen; es folgt:

$$\frac{1}{mp} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{q_1} \cdot \frac{mp+1}{mp}, \qquad 20)$$

wo für n_1 zu setzen ist $2196 \cdot 3285$ Sterntage, während q_1 die zu ermittelnde Periode bedeutet. Ersetzt man $\frac{1}{n_1} = \frac{1}{2196 \cdot 3285}$ nach Formel 19), so erhält man für q_1 die Gleichung:

$$\frac{1}{365 \cdot 2422} = \frac{1}{6816 \cdot 9487} + \frac{1}{3240 \cdot 3137} + \frac{1}{q_1} \cdot \frac{366 \cdot 2422}{365 \cdot 2422}. \qquad 21)$$

Man findet $q_1 = 439 \cdot 2956$ Sterntage $= 438 \cdot 0961$ mittlere Tage, welche Werte mit dem bisher für die Chandler'sche Periode beobachteten nahe genug zusammenfallen. Herr Kimura[2] gab dafür die beiden Werte: $1 \cdot 1976^y$ und $1 \cdot 1962^y$; mit einer Jahreslänge von $365 \cdot 24$ mittleren Tagen erhält man hieraus $437 \cdot 4$ und $436 \cdot 9$ mittlere Tage. Diese Werte sind aus den Epochen der Minima der 6-Jahresperiode der Polbahn abgeleitet mit Zuhilfenahme der Zahl 5; die jährliche Periodizität war vorher eliminiert worden.

Aus der 6jährigen Potsdamer Reihe[3] (1894—1900) fand ich, ebenfalls nach Elimination der jährlichen Periodizität, aus den Extremen der übrigbleibenden 14½ Monatsperiode selbst den Wert: $439 \cdot 7$ mittlere Tage gleich $440 \cdot 9$ Sterntage.

Nach Formel 21) folgt q_1 aus a priori gegebenen feststehenden Umlaufszeiten des Systems Sonne—Erde—Mond und erscheint zunächst selbst als Konstante; scheinbar steht dem eine spätere Beobachtung

---

[1] The connection between hydrographical and meteorological phenomena, by Professor Otto Pettersson. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. Vgl. XXXVIII, Nr. 163, London, July 1912, p. 188.

[2] Astronomische Nachrichten, Nr. 3981.

[3] Ergänzungsheft 11, p. 11.

des Herrn Kimura[1] entgegen, nach der die Chandler'sche Periode sich geändert haben müßte. Eine gleichsinnige Änderung zeigen zwei Werte für dieselbe, die Herr Zwiers[2] abgeleitet hat; sie erstrecken sich auf die beiden Zeiträume 1890·0 bis 1899·8 und 1899·9 bis 1908·0.

Nach den Formeln 18) oder 20) hängt q_1 mit der 6-Jahresperiode n_1 zusammen; für diese wurde in Tabelle 5 aus den Radiusvektoren der »Polbahn« eine Folge numerischer Werte gefunden, die einen Gang zeigt. Gleichzeitige Werte von q_1 und n_1 sollen im folgenden der Formel 18) gemäß verglichen werden. Dividiert man deren rechte Seite in Zähler und Nenner mit $mp = 365 \cdot 24$, so lautet sie mit $n_1 = N$

$$q_1 = \frac{366 \cdot 24 . N}{N-1}, \quad N \text{ in Jahren.} \qquad 22)$$

Man findet die demnach berechneten Werte von q_1 in der folgenden Tabelle neben den direkt ermittelten der Herren Kimura und Zwiers. Dabei ist zu beachten, daß diese q_1 Mittel über verschieden lange Zeiträume sind; hier sind zur besseren Übersicht nur die mittleren Epochen angegeben.

Tabelle 13.

Mittlere Epoche	Dauer der Chandler'schen Periode in Sterntagen			
	N	berechnet nach Formel 22) aus Maximum und Minimum des Radiusvektors q_1	ermittelt durch Kimura aus Maximum und Minimum von x und y	ermittelt durch Zwiers aus Durchgängen der »Polbahn« durch die Achsen
1893			437 *	
1893·9 }	7·00 }	427·3 }		
1894·2 }	6·48 }	433·1 }		
1894·8			441·1	438·8
1894·9				
1897·6	5·75	443·3		
1898·6			438·6	
1900·5	6·13	437·6		
1901·2			433·8	
1903·8	6·69	430·6		430·0
1904·0				
1904·5			428·9	
1907·0	6·85	428·8		

* Astronomische Nachrichten, Bd. 181, Nr. 4344, p. 397, Zeile 3 von oben.

Nach Herrn Kimura hat die Chandler'sche Periode ihre größte Dauer um das Jahr 1897 mit ungefähr 442 mittleren Tagen, gleich rund 443 Sterntagen, erreicht, während 1907 ein Minimum von 427 mittleren Tagen, gleich 428 Sterntagen, stattfand; Maximum nebst Epoche entsprechen gut den Werten, die nach

[1] New study..., Tabelle III und IV, sowie p. 8; siehe auch dieselben Tabellen in den Astronomischen Nachrichten, Band 181, Nr. 4344.

[2] Preliminary investigation into the motion of the pole of the earth in 1907, by Dr. H. J. Zwiers. Koninklijke Akademie van Wetenschapen te Amsterdam, 1911.

der vorigen Seite aus jener Potsdamer Reihe folgen. Aus den Wertepaaren von n_1 und q_1 für 1893·9 und 1894·2 wird man zweckmäßigerweise das Mittel weiter benutzen, da sie sich auf die gleichen Maxima beziehen und sich nur durch die Art der Ermittlung unterscheiden.

Mit Rücksicht auf die Ableitung der Formeln 18) und 21) zwischen q und n ist wichtig zu bemerken, daß Herr Kimura obige Werte für die Chandler'sche Periode nicht wie früher mit Hilfe der Zahl 5 bestimmt hat; sie wären sonst mit den Werten $\frac{N}{5}$ zu vergleichen und müßten mithin denselben Verlauf zeigen wie N selbst. Sie sind aber aus Tabelle III des Kimura'schen Aufsatzes, mithin aus den Epochen der Maxima und Minima der Chandler'schen Periode abgeleitet, nachdem vorher die jährliche Periodizität eliminiert worden war; ihr zeitlicher Verlauf kann, dem der N gegenüber, als spiegelbildartig bezeichnet werden, wie es die Formeln zwischen q und n fordern.

Herr Zwiers hingegen hat seine beiden Werte aus Durchgängen der »Polkurve« durch die Koordinatenachsen abgeleitet. Da die N, aus denen nach Formel 22) die q folgen, gemäß § 2 aus den Extremen der Kurve des Radiusvektors bestimmt wurden, so liegen drei verschiedene Wege zur Bestimmung der Veränderlichkeit der Chandler'schen Periode in Tabelle 18 vor.

Durch Differentiation der Formel 20) ergibt sich die folgende Beziehung zwischen den Änderungen von q und n, wenn man noch den Bruch

$$\frac{mp+1}{mp} = \frac{366 \cdot 24}{365 \cdot 24}$$

durch 1 ersetzt:

$$\frac{dq_1}{q_1} = -\frac{q_1}{n_1} \cdot \frac{dn_1}{n_1} \text{ nahe gleich } -\frac{1}{5} \frac{dn_1}{n_1} \cdot \qquad 23)$$

Eine Verlängerung der 6-Jahresperiode um $\frac{1}{20}$ gleich $\frac{dn_1}{n_1}$ bewirkt hiernach eine Verkürzung der $14^1/_2$-Monatsperiode um $\frac{1}{100}$, gleich rund 4 Sterntagen. Eine Verlängerung um $\frac{1}{20}$, wie sie sich bei vier Mondperioden herausgestellt hatte, scheint bei ihr nicht vorhanden zu sein; es würde eine Dauer von 455 bis 460 Sterntagen resultieren, was mit den bisherigen Annahmen unvereinbar ist. Die $14^1/_2$ Monatsperiode stellt sich somit gewissermaßen den vier anderen Perioden gegenüber.

Wäre auch theoretisch die Notwendigkeit erwiesen, daß die 6-Jahresperiode und die $14^1/_2$ Monatsperiode gemäß Formel 1) und 21) bestehen müssen, so wäre damit der Vorteil erreicht, daß zwei Unbekannte a priori aus dem Problem eliminiert wären. Eine gewisse Bestätigung für die Formeln 20) und 21) durch direkte, unabhängige Beobachtungen ist immerhin in Tabelle 18 enthalten. Das Studium weiterer Fragen ist allerdings erwünscht, so zum Beispiel außer den am Schlusse des § 2 genannten die Frage nach einem Zusammenhange mit den zeitlichen Änderungen im Mondumlauf selbst. Vorderhand erscheint mir die Untersuchung von Stationsbeobachtungen in Bezug auf das Bestehen oder Nichtbestehen von Tagesschwingungen wichtiger, wie sie bei den Interferenzbetrachtungen der §§ 2 und 3 vorausgesetzt wurden.

§ 4.

A. Numerische Formeln.

In § 2 wurde gezeigt, daß in den Beobachtungen zur Polhöhenschwankung gewisse bekannte Perioden verlängert erscheinen. Nach § 3 treten solche Periodenverlängerungen bei Annahme von Tagesschwingungen mit Sinuscharakter dann auf, wenn die dortigen Größen d und b positiv sind, so daß in Formel 9) der Nenner $pd-b$ kleiner wird als pd. Für einen Sonnentag wird $d = +4^m$, für einen Mondtag 52^m; die konstante Verschiebung beim Gruppenwechsel geschieht stets nach vorwärts, es ist $b = +2^h$. Die Vorbedingung für eine Verlängerung ist somit erfüllt und es sollen nunmehr zu weiteren Vergleichen mit den Beobachtungen die genauen, zu Sonne und Mond gehörigen Werte für die d, für b, p und M eingesetzt werden, sowohl für einen wie für zwei tägliche Umläufe.

Die Sinusschwingung sei angenommen in der Form

$$c . \sin (A + \text{Zeitglied});$$

c und A seien zwei aus den Beobachtungen zu bestimmende Konstanten, die etwa der Fluthöhe und der Hafenzeit in der Gezeitenlehre entsprechen. Das Zeitglied ist von der Form eines Produktes aus mittlerer Bewegung und Zeit; als Zeiteinheit dient hier meist eine durchschnittliche Anschlußdauer oder die Zeit zwischen zwei Gruppenwechseln. Es bedeuten wie früher

$b = 30°$,
m die Anzahl der Gruppenwechsel,
$M = 12$ die Anzahl der Gruppen,
$p = \frac{365 \cdot 24}{12} = 30 \cdot 437$ die durchschnittliche Anschlußdauer.

Die Werte für Sonne und Mond mögen durch die Zeichen $\odot$ und $☾$, die für ganz- und halbtägige Wellen durch obere Indizes $'$ und $''$ unterschieden werden.

Für die Sonne ist $d_\odot = 0° \, 59' \, 8'' 2$; demnach $\frac{p . d_\odot}{2} = 15° \, 0'$, $\frac{p . d_\odot - b}{2} = 0$.

Für g a n z t ä g i g e S o n n e n w e l l e wird die Reihe der

Abendmittel nach Formel 8) . .	$+c'_\odot . 0 \cdot 955 .$	$\sin (A'_\odot + 0{,}^\circ 5)$,	24)
Schlußfehler » » 10) . .	$-c'_\odot . 6 \cdot 14 .$	$\cos (A'_\odot + 0{,}^\circ 5)$,	25)
$\Sigma \Delta \Phi$ » » 11) . .	$-c'_\odot . 0 \cdot 512 . m .$	$\cos (A'_\odot + 0{,}^\circ 5)$;	26)

für e i n e h a l b t ä g i g e S o n n e n w e l l e:

Abendmittel nach Formel 13) . .	$+c''_\odot . 0 \cdot 827 .$	$\sin (A''_\odot + 1{,}^\circ 0)$,	27)
Schlußfehler » » 14) . .	$-c''_\odot . 11 \cdot 46 .$	$\cos (A''_\odot + 1{,}^\circ 0)$,	28)
$\Sigma \Delta \Phi$ » » 16) . .	$-c''_\odot . 0 \cdot 955 . m .$	$\cos (A''_\odot + 1{,}^\circ 0)$.	29)

Die Beiträge zu den Abendmitteln und den Schlußfehlern sind demnach konstant, während in den Σ lineare An- oder Abstiege entstehen, wie es die Beobachtungen tatsächlich zeigen; m steht hier an Stelle der Zeit.

Für den Mond wird: $d_☾ = 13° \; 10' \; 34''9$, demnach $\frac{p\, d_☾ - b}{2} = 185°5$.

für ganztägige Mondwelle wird die Reihe der

$$\text{Abendmittel nach Formel 8):} \quad +c'_☾ . 0{\cdot}097 . \sin (A'_☾ + \; 1°1 - \quad m . 11°05) \qquad 30)$$

$$\text{Schlußfehler » » 10):} \quad -c'_☾ . 0{\cdot}494 \; \cos (A'_☾ - 59°7 - (m-1) . 11°05), \qquad 31)$$

$$\Sigma\Delta\Phi \text{ » » 12):} \begin{cases} -c'_☾ . 0{\cdot}366 . \sin (A'_☾ + \; 1°1) \\ +c'_☾ . 0{\cdot}366 . \sin (A'_☾ + \; 1°1 - \quad m . 11°05); \end{cases} \qquad 32)$$

für halbtägige Mondwelle:

$$\text{Abendmittel nach Formel 13):} \quad +c''_☾ . 0{\cdot}082 . \sin (A''_☾ + \; 2°1 - \quad m . 22°1), \qquad 33)$$

$$\text{Schlußfehler » » 14):} \quad -c''_☾ . 0{\cdot}364 . \cos (A''_☾ - 119°4 - (m-1) . 22°1), \qquad 34)$$

$$\Sigma\Delta\Phi \text{ » » 15):} \begin{cases} -c''_☾ . 0{\cdot}324 . \sin (A''_☾ + \; 2°1) \\ +c''_☾ . 0{\cdot}324 . \sin (A''_☾ + \; 2°1 - \quad m . 22°1) \end{cases} \qquad 35)$$

Diese Mondwellen sind demnach sämtlich periodisch; die Länge der Periode ist $\frac{360}{12 \times 11{\cdot}05}$ oder 2·7 Jahre bei den ganztägigen, dagegen 1·4 Jahre bei den halbtägigen Wellen.

Es sei erinnert, daß bereits bei Tabelle 12, p. 28 [344] eine Periode von $\frac{24}{8{\cdot}8}$ gleich 2.7 Jahren hervortrat; man erhält sie auch aus dem Bruche $\frac{27{\cdot}32}{365{\cdot}24 - 13 \times 27{\cdot}32}$.

Auf Schwankungen von dieser Größe der Dauer ist bereits vor 6 Jahren von Herrn Schnauder[1] und vom Verfasser[2] aufmerksam gemacht worden; sie treten in den Schlußfehlerreihen hervor, ihre Dauern liegen zwischen 15 und 30 Monaten, die Amplituden zwischen 0"15 und 0"50.

Über Beziehungen zwischen den Schwankungen in den Schlußfehlern und denen in den Σ siehe den folgenden Abschnitt B.

Der Einfluß des Mondes auf die Abendmittel ist verhältnismäßig klein; es sei hier verwiesen auf die deutlichen langperiodischen Gänge in den numerischen Darstellungen der Stationspolhöhen durch die Interpolationsformel $x \cos \lambda + y \sin \lambda + z$ (Band III, p. 224, und Band IV, p. 240 der »Resultate...«). Die Extreme der Amplituden dieser kleinen Schwankungen liegen im Durchschnitt etwa zwischen + und − 0"05.

B. Beziehungen zwischen den Schlußfehlern und den $\Sigma\Delta\Phi$.

Aus dem Vergleich zwischen den Mondwellenformeln für die Schlußfehler 31) und 34), mit jenen für die $\Sigma\Delta\Phi$ 32) und 35), ergeben sich mehrere Beziehungen, die sich bei den Schwankungen der entsprechenden beobachteten Größen wiederfinden müßten.

Erstens ist das Amplitudenverhältnis im Sinne $\frac{\Sigma}{\text{Schlußfehler}}$ kleiner als 1; man erhält dafür bei ganztägiger Welle $\frac{0.366}{0{\cdot}494} = 0{\cdot}74$, bei halbtägiger $\frac{0{\cdot}324}{0{\cdot}364} = 0{\cdot}89$;

[1] Die Polhöhe von Potsdam, III. Heft, p. 30 und 32.

[2] Astronomische Nachrichten, Nr. 4142, p. 221, Tabelle 61.

zweitens sind konstante Phasendifferenzen in den Argumenten vorhanden, während die Koeffizienten der Zeit und damit die Perioden gleich sind;

drittens schwanken die Beiträge aus den Mondwellen 31) und 34) zu den Schlußfehlern um 0, während bei denen zu den Σ 32) und 35) noch das konstante Glied zu beachten ist.

An der Hand der genannten Formeln sollen versuchsweise die beobachteten Schlußfehler mit den $\Sigma\Delta\Phi$ numerisch verglichen werden.

Die Bände II bis IV der »Resultate...« enthalten nur Zusammenstellungen der Schlußfehler; auf die Σ, deren besonderes Verhalten seit 1906 bekannt ist, gehen sie nicht ein. Daher sind in den Tabellen I und II zunächst vollständige Zusammenstellungen beider Größen für die Beobachtungen auf dem 39. Parallel zwischen 1900·0 bis 1909·0 gegeben worden. In diesem neunjährigen Zeitraum lassen sich acht Jahresgruppen von Schlußfehlern bilden; davon sind die ersten fünf in Band III, die beiden letzten in Band IV mitgeteilt. Auf unserer Tabelle I findet man auch die sechste, zum Jahrgange 1905/06 gehörige aufgeführt trotz des Wechsels in den Sterndeklinationen, der 1906 stattfand. Das in den Jahren 1900 bis 1906 benutzte Sternsystem enthält 144, das spätere 192 Sterne, 120 Sterne sind gemeinsam, beide Systeme verteilen sich in demselben Gürtel der Himmelskugel über den ganzen Umkreis; da die Gesamtschwankung der Schlußfehler 1″2 überschreitet und da der Unterschied der beiden mittleren Deklinationssysteme schwerlich mehr als einige 0″01 betragen wird, so kann jener Wechsel das Gesamtbild der Schlußfehler nicht merklich ändern.

Die Gruppendifferenzen, aus denen sich die Schlußfehler zusammensetzen, beruhen auf Mitteln aus 12 und 16 Sternen und man kann als einen Durchschnittswert für den Einfluß jenes Wechsels auf eine Gruppendifferenz wohl 0″1 ansetzen.[1] Indessen werden die bis zu 1″ ansteigenden Unterschiede gleichzeitiger Schlußfehler auf verschiedenen Stationen (siehe Tabelle I, 1904/05, Gruppe VII) von diesem Wechsel überhaupt nicht betroffen; dieser kann nur einen Sprung im zeitlichen Verlaufe der Schlußfehler einer Station bewirken und hier ist anzuführen, daß die Änderung des Schlußfehlers auf einer Station im Laufe eines Jahres 1″ überschreiten kann; siehe Tabelle I, Gaithersburg, Gruppe VII, 1903/04 bis 1904/05. Im Hinblick auf diese Größenverhältnisse unterliegt es keinem wesentlichen Bedenken, eine fortlaufende Reihe der Schlußfehler herzustellen; Weiteres über die Jahrgänge 1905/06 und 1906/07 siehe im § 5.

Gang Ähnliches gilt von den $\Sigma\Delta\Phi$.

Im folgenden wird ein erster Versuch gemacht, die Σ auf die Schlußfehler zu reduzieren. Während die Schlußfehler infolge der kurzen Zwischenzeit von 2^h zwischen zwei Nachbargruppen in hohem Grade als frei von den wahren langperiodischen Schwankungen der Polhöhe angesehen werden können, gehen diese voll in die Σ ein. Wenn die beiden Größen auf Grund der Formeln 24) bis 35) für Sonnen- und Mondwellen miteinander verglichen werden sollten, so müßten Abendmittel, Schlußfehler und $\Sigma\Delta\Phi$ aus einwandfrei reduzierten Beobachtungen vorliegen; mangels solcher habe ich versuchsweise und mit Vorbehalt die Darstellungen der Stationspolhöhen in den Tafeln der Bände III und IV der »Resultate...« benutzt. An einigen Stellen mit kurzen unregelmäßigen Sprüngen wurden mittlere Kurven gezogen; dies kann nunmehr ohne wesentliche Bedenken geschehen, da in den zum Vergleiche benutzten Formeln 24) bis 35) auf die systematische Entstellung infolge des Gruppenwechsels Rücksicht genommen worden ist. Ferner sei daran erinnert, daß die Zeitglieder der Argumente innerhalb der Formelgruppen, also auch die Perioden, gleich sind.

Die von den Σ abzuziehenden Schwankungen seien mit $\varphi-\varphi_0$ bezeichnet, wo φ_0 den sogenannten »Mittelwert der Stationspolhöhe« bedeutet; er ist in jenen Darstellungen durch eine schwarze Horizontale gekennzeichnet.

---

[1] Über die Deklinationsverbesserungen nach dem zurzeit allgemein üblichen Reduktionsverfahren bei den Beobachtungen zur Breitenvariation nach der Kettenmethode, von R. Schumann. Astron. Nachr., Bd. 195, Nr. 4667, Kiel 1913.

Tabelle 19.

Gruppe	Jahresbruch	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908
					Mizusawa						
III	·05		−0"06	+0"02	+0"05	+0"16	+0"21	+0"07	−0"02	−0"12	−0"16
IV	·12		− ·04	·00	·00	+ ·14	+ ·19	+ ·11	+ ·01	− ·13	− ·18
V	·19		− ·04	− ·06	− ·06	+ ·04	+ ·16	+ ·13	+ ·02	− ·10	− ·19
VI	·25		− ·02	− ·10	− ·12	− ·02	+ ·10	+ ·12	+ ·04	− ·09	− ·21
VII	·33		·00	− ·10	− ·23	− ·11	+ ·03	+ ·06	+ ·04	− ·06	− ·21
VIII	·40		+ ·02	− ·10	− ·26	− ·20	− ·07	·00	+ ·03	− ·03	− ·21
IX	·48		+ ·03	− ·09	− ·27	− ·26	− ·14	− ·06	+ ·02	·00	− ·17
X	·57		+ ·02	− ·04	− ·22	− ·27	− ·17	− ·11	− ·01	+ ·04	− ·05
XI	·67		+ ·02	+ ·04	− ·10	− ·20	− ·18	− ·17	− ·03	+ ·07	+ ·06
XII	·78		+ ·03	+ ·12	+ ·05	− ·08	− ·16	− ·16	− ·04	+ ·09	+ ·20
I	·88		+ ·06	+ ·15	+ ·15	+ ·03	− ·08	− ·11	− ·07	+ ·01	+ ·25
II	·97	−0"04	+ ·06	+ ·12	+ ·18	+ ·12	·00	− ·07	− ·11	− ·09	+ ·22
					Tschardjui						
III	·05		+·03	−·01	−·05	·00	+·14	+·17	−·01	−·10	−·19
IV	·12		+·04	·00	−·09	−·03	+·07	+·14	−·04	−·09	−·18
V	·19		+·05	·00	−·13	−·08	−·03	+·08	−·08	−·07	−·16
VI	·25		+·04	+·01	−·16	−·12	−·11	+·02	−·10	−·05	−·09
VII	·33		+·04	+·02	−·18	−·16	−·22	−·08	−·13	−·02	−·01
VIII	·40		+·03	+·05	−·17	−·19	−·25	−·17	−·16	+·01	+·05
IX	·48		+·02	+·08	−·10	−·18	−·24	−·22	−·19	+·03	+·15
X	·57		+·01	+·11	−·02	−·14	−·17	−·23	−·20	+·03	+·21
XI	·67	−·15	+·01	+·10	+·06	·00	−·06	−·20	−·20	·00	+·23
XII	·78	−·09	·00	+·08	+·10	+·18	+·04	−·14	−·16	−·08	+·20
I	·88	−·05	−·01	+·04	+·10	+·26	+·15	−·05	−·13	−·14	+·11
II	·97	·00	−·01	·00	+·06	+·21	+·18	+·01	−·11	−·18	−·02
					Carloforte						
III	·05		+·08	+·06	−·06	−·17	−·06	+·09	+·11	+·04	−·08
IV	·12		+·07	+·07	−·09	−·18	−·11	+·01	+·06	+·04	−·02
V	·19		+·04	+·08	−·09	−·19	−·15	−·09	−·01	+·04	+·05
VI	·25		+·01	+·08	−·08	−·17	−·15	−·13	−·06	+·04	+·11
VII	·33		−·03	+·08	−·01	−·12	−·16	−·15	−·11	+·02	+·14
VIII	·40		−·07	+·08	+·03	−·05	−·11	−·15	−·16	−·01	+·16
IX	·48		−·08	+·09	+·11	+·01	−·04	−·12	−·15	−·02	+·16
X	·57		−·09	+·08	+·15	+·11	+·08	−·03	−·13	−·04	+·15
XI	·67		−·08	+·08	+·17	+·19	+·15	+·09	−·06	−·07	+·07
XII	·78	+·06	−·06	+·05	+·12	+·21	+·21	+·16	+·01	−·11	−·05
I	·88	+·08	−·02	+·02	+·03	+·19	+·20	+·22	+·04	−·13	−·18
II	·97	+·09	+·04	−·02	−·09	+·07	+·17	+·18	+·05	−·12	−·23

Tabelle 19 (Schluß).

Gruppe	Jahres-bruch	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908
					Gaithersburg						
III	·05		−0"06	+0"08	+0"03	−0"04	−0"11	−0"08	−0"05	+0"09	+0"20
IV	·12		− ·08	+ ·08	+ ·09	+ ·01	− ·10	− ·14	− ·08	+ ·06	+ ·21
V	·19		− ·11	+ ·06	+ ·13	+ ·07	− ·07	− ·16	− ·10	+ ·02	+ ·23
VI	·25		− ·13	+ ·04	+ ·15	+ ·14	− ·04	− ·15	− ·10	·00	+ ·21
VII	·33		− ·15	+ ·01	+ ·16	+ ·19	+ ·01	− ·11	− ·08	− ·03	+ ·17
VIII	·40		− ·17	− ·01	+ ·14	+ ·20	+ ·05	− ·08	− ·06	− ·07	+ ·07
IX	·48		− ·17	− ·07	+ ·10	+ ·20	+ ·09	·00	·00	− ·10	·00
X	·57		− ·15	− ·15	+ ·05	+ ·16	+ ·11	+ ·11	+ ·06	− ·08	− ·05
XI	·67		− ·13	− ·14	− ·04	+ ·10	+ ·09	+ ·15	+ ·11	− ·01	− ·10
XII	·78	+"06	− ·05	− ·11	− ·10	·00	+ ·06	+ ·16	+ ·13	+ ·04	− ·14
I	·88	+·02	+ ·03	− ·07	− ·10	− ·12	+ ·02	+ ·13	+ ·15	+ ·11	− ·12
II	·97	−·02	+ ·07	− ·02	− ·08	− ·14	− ·02	+ ·10	+ ·12	+ ·15	− ·05
					Cincinnati						
III	·05		+ ·07	+ ·14	− ·01	+ ·06	− ·01	− ·13	− ·02	+ ·08	+ ·18
IV	·12		+ ·04	+ ·12	+ ·09	+ ·12	+ ·02	− ·17	− ·09	+ ·03	+ ·21
V	·19		·00	+ ·09	+ ·14	+ ·17	+ ·07	− ·19	− ·11	− ·02	+ ·21
VI	·25		− ·05	+ ·06	+ ·17	+ ·20	+ ·10	− ·18	− ·10	− ·06	+ ·19
VII	·33		− ·09	− ·02	+ ·18	+ ·24	+ ·15	− ·14	− ·06	− ·09	+ ·11
VIII	·40		− ·11	− ·07	+ ·16	+ ·24	+ ·19	− ·08	− ·01	− ·10	+ ·05
IX	·48		− ·09	− ·14	+ ·12	+ ·24	+ ·21	− ·02	+ ·04	− ·10	·00
X	·57		− ·07	− ·17	+ ·04	+ ·22	+ ·21	+ ·09	+ ·09	− ·08	− ·03
XI	·67	+0·11	− ·02	− ·12	− ·02	+ ·15	+ ·21	+ ·16	+ ·13	− ·02	− ·05
XII	·78	+ ·14	+ ·07	− ·11	− ·08	+ ·04	+ ·17	+ ·16	+ ·16	+ ·04	− ·03
I	·88	+ ·13	+ ·11	− ·08	− ·07	− ·05	+ ·12	+ ·08	+ ·18	+ ·09	·00
II	·97	+ ·10	+ ·14	− ·06	·00	− ·03	·00	+ ·01	+ ·15	+ ·14	+ ·04
					Ukiah						
III	·05		+ ·01	+ ·08	+ ·11	+ ·09	·00	− ·07	− ·07	+ ·05	+ ·20
IV	·12		·00	+ ·05	+ ·12	+ ·15	+ ·05	− ·05	− ·08	·00	+ ·16
V	·19		− ·03	+ ·02	+ ·11	+ ·17	+ ·09	·00	− ·06	− ·03	+ ·09
VI	·25		− ·05	·00	+ ·08	+ ·18	+ ·12	+ ·04	− ·04	− ·06	+ ·02
VII	·33		− ·06	− ·05	+ ·04	+ ·17	+ ·16	+ ·08	− ·01	− ·09	− ·07
VIII	·40		− ·10	− ·09	− ·02	+ ·14	+ ·18	+ ·11	+ ·01	− ·10	− ·14
IX	·48		− ·09	− ·16	− ·09	+ ·11	+ ·18	+ ·13	+ ·06	− ·10	− ·23
X	·57		− ·05	− ·17	− ·15	+ ·02	+ ·14	+ ·15	+ ·10	− ·07	− ·23
XI	·67		+ ·03	− ·12	− ·15	− ·05	+ ·09	+ ·14	+ ·11	+ ·01	− ·19
XII	·78		+ ·07	− ·07	− ·13	− ·10	+ ·02	+ ·10	+ ·13	+ ·11	− ·07
I	·88	+ ·12	+ ·12	·00	− ·08	− ·09	− ·04	+ ·03	+ ·14	+ ·18	+ ·06
II	·97	+ ·05	+ ·12	+ ·05	+ ·03	− ·05	− ·07	− ·02	+ ·10	+ ·21	+ ·16

Die hiernach reduzierten $\Sigma\Delta\Phi$ seien weiterhin mit Σ_r bezeichnet; sie sind:

Tabelle 20.

Gruppe	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908
					Mizusawa					
III		+0″11	+0″21	−0″05	0″00	−0″17	−0″27	−0″56	−0″74	−0″72
IV		+ ·16	+ ·19	− ·07	+ ·03	− ·18	− ·28	− ·60	− ·68	− ·72
V		+ ·15	+ ·13	+ ·01	+ ·03	− ·17	− ·27	− ·62	− ·68	− ·74
VI		+ ·21	+ ·10	+ ·05	+ ·05	− ·22	− ·38	− ·64	− ·68	− ·71
VII		+ ·16	+ ·05	+ ·05	+ ·06	− ·26	− ·37	− ·61	− ·70	− ·78
VIII		+ ·19	+ ·07	+ ·04	+ ·03	− ·26	− ·43	− ·65	− ·72	− ·76
IX		+ ·18	+ ·03	+ ·04	+ ·01	− ·27	− ·48	− ·71	− ·70	− ·80
X		+ ·21	+ ·03	+ ·01	− ·01	− ·28	− ·44	− ·73	− ·69	− ·79
XI		+ ·17	·00	+ ·07	− ·07	− ·27	− ·45	− ·74	− ·66	− ·81
XII		+ ·18	− ·05	+ ·05	− ·08	− ·30	− ·46	− ·75	− ·63	− ·83
I		+ ·24	− ·02	+ ·01	− ·09	− ·24	− ·46	− ·74	− ·67	− ·87
II	+0″04	+ ·21	+ ·02	+ ·02	− ·10	− ·27	− ·48	− ·73	− ·69	− ·92
					Tschardjui					
III		− ·09	− ·54	− ·88	−1·20	−1·81	−2·07	−2·45	−2·95	−3·06
IV		− ·19	− ·53	− ·80	−1·29	−1·81	−2·04	−2·57	−2·92	−3·02
V		− ·25	− ·64	− ·87	−1·36	−1·90	−2·06	−2·59	−2·93	−3·11
VI		− ·29	− ·63	− ·95	−1·29	−1·95	−2·04	−2·70	−2·90	−3·11
VII		− ·34	− ·63	− ·92	−1·37	−1·96	−2·09	−2·70	−2·95	−3·14
VIII		− ·35	− ·64	− ·96	−1·41	−1·99	−2·06	−2·77	−3·09	−3·14
IX		− ·37	− ·69	− ·94	−1·43	−1·96	−2·16	−2·77	−3·01	−3·16
X		− ·38	− ·66	− ·95	−1·47	−1·99	−2·11	−2·77	−3·03	−3·13
XI	+ ·28	− ·43	− ·72	−1·02	−1·51	−1·99	−2·13	−2·83	−3·02	−3·16
XII	+ ·19	− ·50	− ·72	−1·02	−1·59	−2·01	−2·18	−2·88	−3·04	−3·15
I	+ ·13	− ·49	− ·70	−1·08	−1·61	−2·06	−2·21	−2·80	−3·01	−3·16
II	·00	− ·44	− ·72	−1·10	−1·67	−2·02	−2·20	−2·91	−3·04	−3·20
					Carloforte					
III		− ·05	− ·19	− ·34	− ·58	− ·72	−1·01	−1·45	−1·75	−1·98
IV		− ·02	− ·17	− ·36	− ·62	− ·76	−1·07	−1·53	−1·79	−2·00
V		− ·01	− ·25	− ·41	− ·59	− ·80	−1·09	−1·57	−1·83	−2·04
VI		+ ·01	− ·25	− ·40	− ·62	− ·81	−1·10	−1·58	−1·84	−2·04
VII		− ·03	− ·20	− ·42	− ·63	− ·82	−1·15	−1·59	−1·82	−2·08
VIII		− ·10	− ·22	− ·42	− ·65	− ·85	−1·18	−1·61	−1·88	−2·09
IX		− ·10	− ·22	− ·45	− ·66	− ·86	−1·21	−1·64	−1·91	−2·11
X		− ·11	− ·26	− ·47	− ·66	− ·89	−1·24	−1·66	−1·90	−2·16
XI		− ·15	− ·24	− ·51	− ·66	− ·88	−1·26	−1·63	−1·90	−2·17
XII	− ·03	− ·16	− ·32	− ·52	− ·69	·89	−1·27	−1·66	−1·93	−2·19
I	− ·01	− ·18	− ·31	− ·53	− ·69	− ·95	−1·30	−1·69	−1·95	−2·22
II	− ·09	− ·19	− ·34	− ·55	− ·70	− ·98	−1·33	−1·72	−1·96	−2·19

Tabelle 20 (Schluß).

Gruppe	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908
					Gaithersburg					
III		+0″06	−0″01	−0″15	−0″28	−0″55	−0″51	−0″37	−0″54	−0″60
IV		·00	− ·06	− ·12	− ·27	− ·64	− ·42	− ·43	− ·52	− ·62
V		+ ·03	− ·09	− ·15	− ·23	− ·66	− ·30	− ·42	− ·47	− ·64
VI		+ ·01	− ·14	− ·10	− ·27	− ·81	− ·31	− ·45	− ·45	− ·62
VII		+ ·01	− ·04	− ·13	− ·30	− ·86	− ·27	− ·43	− ·56	− ·59
VIII		− ·01	− ·09	− ·14	− ·37	− ·77	− ·35	− ·43	− ·59	− ·59
IX		− ·02	− ·13	− ·13	− ·45	− ·67	− ·32	− ·44	− ·58	− ·59
X		− ·03	− ·12	− ·13	− ·49	− ·67	− ·31	− ·46	− ·59	− ·61
XI		− ·02	− ·13	− ·17	− ·51	− ·68	− ·29	− ·44	− ·59	− ·59
XII	+0″03	− ·02	− ·09	− ·22	− ·54	− ·71	− ·27	− ·43	− ·60	− ·60
I	+ ·03	− ·06	− ·11	− ·18	− ·51	− ·57	− ·28	− ·43	− ·61	− ·59
II	+ ·02	− ·05	− ·09	− ·24	− ·54	− ·58	− ·30	− ·44	− ·57	− ·57
					Cincinnati					
III		− ·08	− ·17	− ·36	− ·57	−0·85	−1·33	−1·61	−1·92	−2·33
IV		− ·09	− ·15	− ·35	− ·57	− ·90	−1·29	−1·59	−1·98	−2·30
V		− ·05	− ·11	− ·32	− ·60	−1·03	−1·32	−1·63	−2·05	−2·40
VI		− ·07	− ·14	− ·41	− ·59	− ·95	−1·35	−1·63	−2·04	−2·35
VII		·00	− ·12	− ·55	− ·60	−1·00	−1·37	−1·62	−1·96	−2·44
VIII		+ ·02	− ·14	− ·62	− ·64	−1·09	−1·46	−1·63	−2·10	−2·49
IX		− ·03	− ·13	− ·61	− ·64	−1·13	−1·46	−1·66	−2·06	−2·47
X		− ·05	− ·19	− ·66	− ·66	−1·18	−1·48	−1·67	−2·10	−2·54
XI	+ ·02	− ·15	− ·18	− ·60	− ·66	−1·19	−1·56	−1·71	−2·13	−2·59
XII	− ·04	− ·16	− ·23	− ·59	− ·70	−1·15	−1·52	−1·76	−2·14	−2·57
I	− ·10	− ·11	− ·24	− ·60	− ·72	−1·15	−1·52	−1·79	−2·15	−2·59
II	− ·10	− ·19	− ·23	− ·52	− ·79	−1·15	−1·54	−1·78	−2·25	−2·60
					Ukiah					
III		− ·16	− ·52	− ·64	−1·00	−1·49	−1·55	−2·08	−2·21	−2·51
IV		− ·17	− ·58	− ·65	− ·99	−1·43	−1·59	−2·09	−2·18	−2·54
V		− ·23	− ·55	− ·75	−1·02	−1·45	−1·63	−2·08	−2·17	−2·56
VI		− ·29	− ·53	− ·78	−1·12	−1·42	−1·64	−2·08	−2·18	−2·47
VII		− ·37	− ·56	− ·72	−1·17	−1·48	−1·64	−2·08	−2·23	−2·48
VIII		− ·36	− ·60	− ·77	−1·23	−1·49	−1·65	−2·01	−2·29	−2·54
IX		− ·36	− ·63	− ·80	−1·27	−1·53	−1·73	−2·07	−2·33	−2·55
X		− ·37	− ·61	− ·81	−1·30	−1·51	−1·77	−2·09	−2·38	−2·60
XI		− ·40	− ·63	− ·87	−1·35	−1·50	−1·82	−2·09	−2·41	−2·65
XII		− ·43	− ·65	− ·86	−1·38	−1·53	−1·85	−2·15	−2·44	−2·68
I	− ·07	− ·47	− ·67	− ·92	−1·38	−1·54	−1·85	−2·15	−2·47	−2·70
II	− ·05	− ·51	− ·66	− ·98	−1·41	−1·55	−1·95	−2·18	−2.53	−2·73

Es bleibt vorbehalten zu erörtern, welchen Verlauf diese Σ_r eigentlich nehmen sollten; ohne Zweifel hat die Reduktion teilweise eine gewisse Regelmäßigkeit des Verlaufes dieser Differenzen zutage gefördert, so daß die zugrunde liegende Naturerscheinung mit bemerkenswerter Gleichmäßigkeit vor sich

zu gehen scheint; man beachte zum Beispiel den widerspruchslosen Verlauf in Carloforte von 1902, Gruppe VI an bis 1904, Gruppe X sowie unmittelbar anschließend von 1904, Gruppe XI bis 1906, Gruppe X. Begnügt man sich vorläufig mit dieser Art der Befreiung der Σ von langperiodischer Schwankung, so erscheinen die Σ_r nur noch zusammengesetzt aus den Einflüssen kurzperiodischer Schwankungen, wie sie in den Formeln 26) und 29) sowie 32) und 35) spezielle Gestalt angenommen haben. Demgemäß sind die An- und Abstiege in der Hauptsache einem Einflusse der Sonne zuzuschreiben, da die zu einer Mondwelle gehörenden Formeln 32) und 35) nur Schwankungen von 2·7 und 1·4 Jahren zulassen. Mithin ist es berechtigt, die Σ_r auf Grund der Formeln 26) und 29) linear nach der Zeit auszugleichen. Da die Gesamtbeträge dieser Abstiege — $2''$ und $3''$ in 9 Jahren — diejenigen der daneben auftretenden periodischen Schwankungen wesentlich übertreffen, so werden zweckmäßigerweise zuerst die Σ_r nach einer linearen Form, nämlich

$$a + x.t - \Sigma_r = \sigma$$

angesetzt, wo a und x zu bestimmende Konstanten und t die Zeit bedeuten; die übrigbleibenden Reste σ enthalten noch die auf Mondwellen zurückzuführenden Einwirkungen, die dann an der Hand der Formeln p. 39/40 [355/356] mit den Schlußfehlern zu vergleichen sind. Der Zeitraum der Beobachtungen umfaßt die Jahre 1900 bis 1909, erstreckt sich also über mehr als drei Umläufe der 2·7-Jahresperiode, mithin tritt bei a und x eine gute Kompensation der rein periodischen Einflüsse der Mondwellen ein, abgesehen von vollständig eliminierten jährlichen Periodizitäten.

Um diese numerische Rechnung zu vereinfachen, wurden Halbjahrsmittel der Σ_r benutzt, und zwar wurden in Tabelle 20 die Gruppen III bis VIII und IX bis II zusammengefaßt; in den σ braucht somit jährliche Periodizität nicht völlig eliminiert sein, graphischen Darstellungen nach scheint keine solche hervorzutreten.

Die Halbjahrsmittel gelten für die Epochen: 1900·25, 1900·75 usf.; um auf numerisch bequeme und ungefähr gleichgroße Koeffizienten der Unbekannten zu kommen, wurde als Zeiteinheit genommen: $2^1/_2$ Jahr, so daß die zunächst erhaltenen x mit 2·5 zu dividieren sind, um Jahreswerte für die Abstiege zu bekommen.

Die Fehlergleichungen lauten:

Tabelle 21.

		Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah	
1900·25	$+a+0·1\,x$	$-$ ″16	$+$ ″25	$+$ ″03	$-$ ″02	$+$ ″05	$+$ ″26	$=\sigma_1$
·75	$+a+0·3\,x$	$-$ ·20	$+$ ·44	$+$ ·15	$+$ ·03	$+$ ·12	$+$ ·42	$=\sigma_2$
1·25	$+a+0·5\,x$	$-$ ·13	$+$ ·60	$+$ ·21	$+$ ·07	$+$ ·14	$+$ ·56	$=\sigma_3$
·75	$+a+0·7\,x$	·00	$+$ ·70	$+$ ·28	$+$ ·11	$+$ ·20	$+$ ·64	$=\sigma_4$
2·25	$+a+0·9\,x$	$-$ ·01	$+$ ·90	$+$ ·39	$+$ ·13	$+$ ·44	$+$ ·72	$=\sigma_5$
·75	$+a+1·1\,x$	$-$ ·03	$+$1·02	$+$ ·51	$+$ ·18	$+$ ·60	$+$ ·87	$=\sigma_6$
3·25	$+a+1·3\,x$	$-$ ·03	$+$1·32	$+$ ·62	$+$ ·29	$+$ ·60	$+$ 1·09	$=\sigma_7$
·75	$+a+1·5\,x$	$+$ 0·6	$+$1·55	$+$ ·68	$+$ ·51	$+$ ·70	$+$ 1·35	$=\sigma_8$
4·25	$+a+1·7\,x$	$+$ ·21	$+$1·90	$+$ ·79	$+$ ·72	$+$ ·97	$+$ 1·46	$=\sigma_9$
·75	$+a+1·9\,x$	$+$ ·27	$+$2·01	$+$ ·91	$+$ ·68	$+$ 1·16	$+$ 1·53	$=\sigma_{10}$
5·25	$+a+2·1\,x$	$+$ ·33	$+$2·06	$+$1·10	$+$ ·36	$+$ 1·35	$+$ 1·62	$=\sigma_{11}$
·75	$+a+2·3\,x$	$+$ ·46	$+$2·17	$+$1·27	$+$ ·30	$+$ 1·51	$+$ 1·83	$=\sigma_{12}$
6·25	$+a+2·5\,x$	$+$ ·61	$+$2·63	$+$1·56	$+$ ·42	$+$ 1·62	$+$ 2·07	$=\sigma_{13}$
·75	$+a+2·7\,x$	$+$ ·73	$+$2·82	$+$1·67	$+$ ·44	$+$ 1·73	$+$ 2·12	$=\sigma_{14}$
7·25	$+a+2·9\,x$	$+$ ·70	$+$2·96	$+$1·82	$+$ ·52	$+$ 2·01	$+$ 2·21	$=\sigma_{15}$
·75	$+a+3·1\,x$	$+$ ·67	$+$3·03	$+$1·93	$+$ ·59	$+$ 2·14	$+$ 2·43	$=\sigma_{16}$
8·25	$+a+3·3\,x$	$+$ ·74	$+$3·10	$+$2·04	$+$ ·61	$+$ 2·39	$+$ 2·52	$=\sigma_{17}$
·75	$+a+3·5\,x$	$+$ ·84	$+$3·16	$+$2·17	$+$ ·59	$+$ 2·56	$+$ 2·65	$=\sigma_{18}$

Die Normalgleichungen werden, wenn man verlangt, daß die Quadratsumme der σ ein Minimum werde:

	Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah	
$+18\cdot00\,a+32\cdot40\,x$	$+5''06$	$+32''62$	$+18''13$	$+6''53$	$+20''29$	$+26''35$	$=0$
$+32\cdot40\,a+77\cdot70\,x$	$+15\cdot46$	$+76\cdot78$	$+45\cdot39$	$+15\cdot19$	$+51\cdot33$	$+61\cdot36$	$=0$

Die Lösungen nebst mittleren Fehlern und den Kontrollen sind:

	Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah
a	$+0''31$	$-0''14$	$+0''18$	$-0''04$	$+0''25$	$-0''17$
	± 4	± 6	± 5	± 7	± 5	± 3
x	$-0\cdot13$	$-0\cdot37$	$-0\cdot26$	$-0\cdot07$	$-0\cdot31$	$-0\cdot29$
	$+1$	± 1	± 1	± 1	± 1	± 1
$[\sigma\sigma]$	0·1093	0·2303	0·1571	0 3423	0·1879	0·0554
$[nn.2]$	0·1092	0·2294	0·1583	0·3424	0·1879	0·0559

Diese x sind durch Division mit 2·5 auf das Jahr als Einheit bezogen. Setzt man die aus den Normalgleichungen unmittelbar folgenden Werte von a und x in die Fehlergleichungen ein, so erhält man die nachstehenden Reste σ:

Tabelle 22.

	Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah
1900.25	$+''12$	$+''02$	$+''14$	$-''08$	$+''22$	$+''02$
·75	+ ·01	+ ·02	+ ·13	− ·07	+ ·14	+ ·03
1·25	+ ·02	·00	+ ·06	− ·06	+ ·01	+ ·03
·75	+ ·08	− ·09	·00	− ·06	− ·09	− ·03
2·25	·00	− ·07	− ·03	− ·07	·00	− ·10
·75	− ·08	− ·14	− ·04	− ·06	+ ·01	− ·09
3·25	− ·15	− ·03	− ·06	+ ·02	− ·15	− ·01
·75	− ·12	+ ·02	− ·13	+ ·20	− ·20	+ ·10
4·25	− ·04	+ ·18	− ·15	+ ·37	− ·08	+ ·07
·75	− ·04	+ ·11	− ·16	+ ·30	− ·04	− ·01
5·25	− ·05	− ·03	− ·11	− ·06	− ·01	− ·06
·75	+ ·02	− ·11	− ·07	− ·15	·00	+ ·01
6·25	+ ·10	+ ·17	+ ·09	− ·07	− ·04	+ ·10
·75	+ ·15	+ ·17	+ ·07	− ·08	− ·09	+ ·01
7·25	+ ·06	+ ·12	+ ·09	− ·04	+ ·04	− ·04
·75	− ·04	+ ·01	+ ·07	·00	+ ·02	+ ·03
8·25	− ·03	− ·11	+ ·05	− ·02	+ ·12	− ·02
·75	·00	− ·23	+ ·04	− ·08	+ ·13	− ·04
$[\sigma]$	+ ·56	+ ·82	+ ·74	+ ·89	+ ·69	+ ·40
	− ·55	− ·81	− ·75	− ·90	− ·70	− ·40

Um diese Größen mit den Schlußfehlern vergleichen zu können, ist es zweckmäßig, aus letzteren vorher ebenfalls Halbjahrsmittel zu bilden; aus Tabelle I findet man, wenn man dieselben Gruppen zusammenfaßt, wie vorhin bei den Σ, als Halbjahrsmittel der Schlußfehler folgende Werte:

Tabelle 23.

	Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah
1900·25—1·25	^{r}00	— ^{r}34	— ^{r}18	— ^{r}09	— ^{r}08	— ^{r}30
·75— ·75	— ·20	— ·28	— ·13	— ·09	— ·07	— ·21
1·25 2·25	— ·14	— ·38	— ·16	— ·06	— ·28	— ·16
·75— ·75	+ ·04	— ·39	— ·22	— ·06	— ·42	— ·22
2·25—3·25	+ ·03	— ·42	— ·24	— ·14	— ·18	— ·36
·75— ·75	— ·08	— ·51	— ·18	— ·32	— ·07	·48
3·25—4·25	— ·24	— ·58	— ·17	— ·43	— ·35	— ·39
·75— ·75	·23	— ·48	— ·22	— ·17	— ·48	— ·20
4·25—5·25	— ·11	— ·19	— ·31	+ ·34	— ·38	— ·15
·75— ·75	— ·19	— ·14	— ·36	+ ·36	— ·35	— ·28
5·25—6·25	— ·31	— ·55	— ·48	— ·17	— ·30	— ·48
·75— ·75	— ·31	— ·72	— ·45	— ·18	— ·25	— ·35
6·25—7·25	— ·09	— ·35	— ·27	— ·09	— ·37	— ·13
·75— ·75	+ ·04	— ·20	— ·25	— ·15	— ·40	— ·29
7·25—8·25	— ·03	— ·14	— ·21	— ·12	— ·40	— ·32
·75— ·75	— ·14	— ·14	— ·25	— ·00	— ·42	·21

Diese Mittel stehen auf Tafel III den σ der Tabelle 22 gegenüber; die Schlußfehlerkurven wurden horizontal verschoben, um den gleichen Verlauf beider Kurven besser hervortreten zu lassen. Es genügte, für alle 6 Stationen die gleiche Verschiebung anzunehmen; vgl. hierüber p. 41 [357] unter: zweitens ...

Nach den Formeln 25) und 28) ist der Einfluß der Sonne auf die Schlußfehler konstant, der des Mondes nach den Formeln 31) und 34) rein periodisch; den erstgenannten Einfluß kann man demnach angenähert dadurch eliminieren, daß man für jede Station das Mittel von den Einzelwerten abzieht. Diese Mittel sind:

$$-0^{r}12 \quad -0^{r}36 \quad -0^{r}26 \quad -0^{r}08 \quad -0^{r}30 \quad -0^{r}28;$$

es bleiben folgende Unterschiede:

Tabelle 24.

	Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah
1900·25—1·25	+ ^{r}12	+ ^{r}02	+ ^{r}08	— ^{r}01	+ ^{r}22	— ^{r}02
0·75—1·75	— ·08	+ ·08	+ ·13	— ·01	+ ·23	+ ·07
1·25—2·25	— ·02	— ·02	+ ·10	+ ·02	+ ·02	+ ·12
1·75—2·75	+ ·16	— ·03	— ·06	+ ·02	— ·12	+ ·06
2·25—3·25	+ ·15	— ·06	+ ·02	— ·06	+ ·12	— ·08
2·75—3·75	+ ·04	— ·15	+ ·08	— ·24	+ ·23	— ·20
3·25—4·25	— ·12	— ·22	+ ·09	— ·35	— ·05	— ·11
3·75—4·75	— ·11	— ·12	+ ·04	— ·09	— ·18	+ ·08
4·25—5·25	+ ·02	+ ·17	— ·05	+ ·42	— ·07	+ ·13
4·75—5·75	— ·07	+ ·22	— ·10	+ ·44	— ·05	·00

	Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah
1905·25—6·25	— ″19	— ″19	— ″22	+ ″02	— ″00	— ″20
5·75—6·75	— ·19	— ·36	— ·19	— ·10	+ ·05	— ·07
6·25—7·25	+ ·03	+ ·01	— ·01	— ·01	— ·07	+ ·15
6·75—7·75	+ ·16	+ ·16	+ ·01	— ·07	— ·10	— ·01
7·25—8·25	+ ·09	+ ·22	+ ·05	— ·04	— ·10	— ·04
7·75—8·75	— ·02	+ ·22	+ ·01	+ ·08	— ·12	+ ·07

Diese Größen würden, gemäß den Formeln 31) und 34), den Einfluß des Mondes auf die Schlußfehler darstellen.

Über die theoretisch notwendigen Beträge der horizontalen und der vertikalen Verschiebungen läßt sich ohne die Kenntnis der Größen c und A keine Sicherheit gewinnen und diese Kenntnis verlangt noch langwierige Untersuchungen; vielleicht ist das zurzeit vorliegende Beobachtungsmaterial nicht ausreichend. Ich verzichte vorläufig auf eine vollständige Bestätigung der Theorie in dieser Hinsicht, sondern begnüge mich, auf folgende Übereinstimmungen aufmerksam zu machen.

Erstens ist, wie Tafel II lehrt, ein gleicher Verlauf der Schwankungen im allgemeinen vorhanden, aber auch in vielen Einzelheiten. Eine starke Abweichung tritt bei Gaithersburg etwa um 1903·0 hervor; es wäre interessant, dem näher nachzugehen.

Einen Amplitudenvergleich erhält man in einfacher Weise, indem man nach den Tabellen 22 und 24 die Extreme der Schwankungen einander gegenüberstellt.

Tabelle 25.

	Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah	Summe
Aus den σ (Tab. 22)	+ ″15	+ ″18	+ ″14	+ ″37	+ ″22	+ ″10	
	— ·15	— ·23	— ·16	— ·15	— ·20	— ·10	
ganze Schwankung .	·30	·41	·30	·52	·42	·20	2″15
Aus den Schlußfehlern	+ ·16	+ ·22	+ ·13	+ ·44	+ ·23	+ ·15	
(Tabelle 24)	— ·19	— ·36	— ·22	— ·35	— ·18	— ·20	
ganze Schwankung .	·35	·58	·35	·79	·41	·35	2·83

Das durchschnittliche Verhältnis zwischen den ganzen Schwankungen im Sinne $\frac{\sigma}{\text{Schlußfehler}}$ wird hiernach: 2·15 : 2·83 = 0·76; nach den Formeln 31) und 34) sowie 32) und 35) hatte sich in genügender Übereinstimmung hiermit ergeben p. 40 [356]:

für eine ganztägige Mondwelle . . . . 0·74,
» » halbtägige » . . . . 0·89.

Endlich erscheint in Ukiah der Verlauf beider Kurven einfacher als auf den übrigen Stationen; deshalb versuchte ich, für sie die Periodendauer zu bestimmen. Verwendet man dazu die Formel 3), so findet man zunächst folgende Epochen der Extreme:

Tabelle 26.

Schlußfehler					Reste der $\Sigma\Delta\Phi$				
Mittlere Epoche	y	t_m	Epochen der Max.	Epochen der Min.	Epoche	y	t_m	Epochen der Max.	Epochen der Min.
1901·25	+ ^{v}07				1900·25	+^{v}018			
1·75	+ ·12	− 0·03	1901·72		0·75	+·034	+ 0·17	1900·92	
2·25	+ ·06				1·25	+·031			
2·75	− ·08				1·75	−·033			
3·25	− ·20	+ 0·04		1903·29	2·25	−·097	+ 0·20		1902·45
3·75	− ·11				2·75	−·091			
4·25	+ ·08				3·25	−·014			
4·75	+ ·13	− 0·11	1904·64		3·75	+·102	+ 0·14	1903·89	
5·25	·00				4·25	+·068			
5·25	·00				4·75	−·006			
5·75	− ·20	+ 0·05		1905·80	5·25	−·059	− 0·03		1905·22
6·25	− ·07				5·75	+·007			
6·25	− 07				5·75	+·007			
6·75	+ 15	+ 0·04	1906·79		6·25	+·103	0·00	1906·25	
7·25	− 01				6·75	+·009			
7·25	− 01				6·75	+·009			
7·75	− 04	− 0·14		1907·61	7·25	−·044	− 0·05		1907·20
8·25	+ 07				7·75	+·032			

Bei den Schlußfehlern sind hier als Epochen die Mittel der beiden in der ersten Rubrik der Tabelle 24 angegebenen Epochen genommen worden, die y sind die auf ihr Mittel bezogenen Halbjahrsmittel derselben Tabelle. Bei den σ stimmen die Epochen mit denen der Tabelle 22 überein; die auf 0^{v}001 gegebenen y wurden bei der Ausgleichung der Σ_r zunächst gewonnen; auf 0^{v}01 abgerundet, fallen sie mit denen der Tabelle 22 zusammen. Die in Bruchteilen des Jahres gegebenen t_m ergeben sich nach Formel 3); dabei ist zu beachten, daß die Zeiteinheit für ihre Berechnung zunächst noch das Halbjahr ist, weil Halbjahrsmittel angesetzt wurden. Durch Addition der t_m zu den auf gleicher Zeile stehenden Epochen erhält man die Epochen der Maxima und der Minima. Die Zeiten zwischen aufeinanderfolgenden gleichsinnigen Extremen nebst den entsprechenden Phasendifferenzen zwischen den Schlußfehler- und σ-kurven sind mit dem Jahre als Zeiteinheit:

Tabelle 27.

Zwischenzeiten aus den Schlußfehlern Max.	Zwischenzeiten aus den Schlußfehlern Min.	Zwischenzeiten aus den σ Max.	Zwischenzeiten aus den σ Min.	Phasendifferenz	
				1. Max.	0·80
2·92		2·97		1. Min.	0·84
	2·51		2·77	2. Max.	0·75
2·15		2·36		2. Min.	0·58
	1·81		1·98	3. Max.	0·54
				3. Min.	0·41

Die beiden, unabhängig aus Schlußfehlern und σ hervorgehenden Reihen stimmen gut überein; sowohl bei den Zwischenzeiten als bei den Phasendifferenzen erkennt man Veränderung mit der Zeit, sie ist wahrscheinlich periodischer Art. Das Mittel der 8 Zeiten ist 2·4 Jahre; im Absatz A dieses Paragraphen wurde 2·7 Jahre für die ganztägige, 1·4 Jahre für die halbtägige Mondwelle erhalten.

Sowohl hier als vorhin beim Amplitudenverhältnis liegt der beobachtete Mittelwert näher bei demjenigen theoretischen Werte, der einer ganztägigen Welle entspricht.

Zürzeit möge es genügen, auf einige Analogien hingewiesen zu haben; eine vollständige Übereinstimmung, bei der die innere Beobachtungsungenauigkeit als Maßstab zu gelten hätte, war von Anfang an nicht zu erwarten, und zwar unter anderm aus folgenden Gründen:

Erstens sind die diesem Vergleich zwischen Schlußfehlern und $\Sigma\Delta\Phi$ zugrunde gelegten kurzperiodischen Schwingungen als konstant angenommen. Die Veränderlichkeit der Stellungen von Sonne und Mond gegenüber der Erde macht aber eine Konstanz unwahrscheinlich; plausibel erscheinen vielmehr Oszillationen um gewisse mittlere Schwankungen, analog wie bei den Gezeiten des Meeres;

zweitens sind bei diesem Vergleich die auf die übliche Art reduzierten Stationspolhöhen-Schwankungen benutzt worden; ihre Reduktion ist aber zweifellos nicht einwandfrei, denn es fehlt unter anderem der Nachweis, daß diejenigen Naturerscheinungen, die die großen, in der auffälligsten Weise gesetzmäßig verlaufenden Veränderungen der Schlußfehler sowie das ebenso auffällige Verhalten der $\Sigma\Delta\Phi$ bedingen, ohne Einfluß auf diese Reduktion sind, insbesondere auf die seither gepflogene, theoretisch nicht begründete Beseitigung des Generalmittels über alle Schlußfehler;

drittens gilt der genannte Vergleich für gleichlange Anschlußdauer; der Einfluß ungleicher Anschlußdauer wird übrigens im folgenden Absatz C geschätzt werden.

Ein entsprechender Vergleich ist auch für die beiden Südstationen Bayswater und Oncativo durchgeführt worden; ihr Verhalten entspricht im allgemeinen denen des Nordparallels. Da die beiden mir zu Gebote stehenden Reihen sich nur über etwa 2½ Jahre erstrecken, so ergeben sich nur Reihen von etwa 20 Schlußfehlern, einer Dauer von rund 20 Monaten entsprechend, während die Periode von 2·7 Jahren etwa 32 Monaten entspricht.

Von den Ergebnissen der Ausgleichung der Σ_r sei nur erwähnt, daß sich ergibt

in Bayswater ein unsicherer Abstieg: $x = -0''04 \pm 0''01$,
in Oncativo ein Anstieg: $x = +0\cdot16 \pm 0\cdot03$;

die σ bleiben unter 0"06. Da für beide Stationen nur 5 Halbjahrsmittel vorliegen, so hat ein Vergleich mit den Schlußfehlern wenig Bedeutung. Nebenbei sei bemerkt, daß, da die x algebraisch aufzufassen sind, der Sinn einer Abnahme der Polhöhen auf dem Nordparallel der gleiche ist wie der einer Zunahme auf dem Südparallel, nämlich: Annäherung an den Äquator.

C. Uber den Einfluß veränderlicher Schwingung und ungleicher Anschlußdauer.

Wenn Sonne und Mond die Polhöhenbeobachtung beeinflussen, so wird das im § 3 angenommene einfache Sinusgesetz für die Form dieser Beeinflussung nicht genügen. Wäre ein Analogieschluß aus dem Verhalten der Meeresgezeiten erlaubt, so würde Superposition mehrerer Wellen, etwa solcher mit einfachem und mit doppeltem Umlauf, eine Annäherung bedeuten; bei der Kleinheit der hier in Betracht kommenden Größen dürften ohne Bedenken auch die Wirkungen auf die Schlußfehler und die $\Sigma\Delta\Phi$ addiert werden können.

Die Wirkung einer Tagesschwingung von gesetzmäßiger, aber nicht durch Formeln dargestellter Veränderlichkeit geht aus Untersuchungen im Ergänzungsheft Nr. 11[1] sowie aus der anschließenden Arbeit:[2] Weitere numerische Untersuchungen... hervor; ihnen liegt die Schar graphisch konstruierter Tageskurven zugrunde, die in unserer Tafel III wiedergegeben ist. Hier sei darüber nur im allgemeinen wiederholt, daß sich aus ihnen Polhöhenkurven, Schlußfehlerreihen, $\Sigma\Delta\Phi$-Reihen, schließlich auch eine »Polbahn« nebst z-Größen mit Jahresperiode[3] ableiten lassen, die den beobachteten ähneln, ohne einen wesentlichen Widerspruch zu erwecken; das Reduktionsverfahren war dem üblichen nachgebildet, die erforderliche Rücksicht auf Veränderlichkeit mit der Tageszeit wurde dabei nicht genommen.

Näher möge hier auf den Umstand eingegangen werden, daß die Anschlußdauer des Beobachtungsprogrammes auf den internationalen Stationen veränderlich, naturgemäß jährlich periodisch ist; die Anschlußdauern sind die folgenden:[4]

Tabelle 28.

Gruppenkombination	Dauer des Anschlusses	
	Nord	Süd
I. II.	35 Tage	28 Tage
II. III.	29	28
III. IV.	26	28
IV. V.	25	32
V. VI.	25	36
VI. VII.	25	37
VII. VIII.	26	33
VIII. IX.	28	30
IX. X.	31	29
X. XI.	35	28
XI. XII.	40	28
XII. I.	40	28

Nennt man $p_1 \ldots . p_i \ldots p_{12}$ die Anschlußdauer von 12 Gruppen, so werden die Ausdrücke der »Treppe« gemäß § 3, abgesehen von dem konstanten Faktor $\frac{\sin p_i d}{p_i . \sin d}$, die folgenden:

$$\sin\left(A + \frac{d}{2} - p_1 \frac{d}{2} + 0\right), \quad \sin\left(A + \frac{d}{2} - p_1 \frac{d}{2} + b\right)$$

$$\sin\left(A + \frac{d}{2} - (2p_1 + p_2)\frac{d}{2} + b\right), \quad \sin\left(A + \frac{d}{2} - (2p_1 + p_2)\frac{d}{2} + 2b\right)$$

$$\sin\left(A + \frac{d}{2} - (2(p_1 + p_2) + p_3)\frac{d}{2} + 2b\right), \quad \sin\left(A + \frac{d}{2} - (2(p_1 + p_2) + p_3)\frac{d}{2} + 3b\right),$$

$$\ldots \ldots \ldots \ldots \quad \ldots \ldots \ldots \ldots$$

Setzt man wieder $b = 30°$, $\frac{d}{2}$ für die Sonne gleich $29'34''1 = 0°4928$ und nimmt, da es sich nur um eine Schätzung handelt, A gleich 0 an, so erhält man folgende Argumente:

[1] P. 18 u. f.

[2] Astronomische Nachrichten, Nr. 4142, p. 212 u. f.

[3] Ebenda p. 229, Tabelle 69.

[4] Band I der »Resultate...«, p. 7, sowie Astronomische Nachrichten, Nr. 4287.

Tabelle 29.

Gruppenkombination	Nord				Süd			
	einfacher		doppelter		einfacher		doppelter	
	Umlauf				Umlauf			
	erste	zweite	erste	zweite	erste	zweite	erste	zweite
	Abendgruppe				Abendgruppe			
I. II.	— 17°	+ 13°	— 34°	+ 26°	— 13°	+ 17°	— 26°	+ 34°
II. III.	— 18	+ 12	— 36	+ 24	— 11	+ 19	— 22	+ 38
III. IV.	— 15	+ 15	— 30	+ 30	— 8	+ 22	— 16	+ 44
IV. V.	— 11	+ 19	— 22	+ 38	— 8	+ 22	— 16	+ 44
V. VI.	— 5	+ 25	— 10	+ 50	— 12	+ 18	— 24	+ 36
VI. VII.	0	+ 30	0	+ 60	— 18	+ 12	— 36	+ 24
VII. VIII.	+ 5	+ 35	+ 10	+ 70	— 22	+ 8	— 44	+ 16
VIII. IX.	+ 8	+ 38	+ 16	+ 76	— 23	+ 7	— 46	+ 14
IX. X.	+ 9	+ 39	+ 18	+ 78	— 22	+ 8	— 44	+ 16
X. XI.	+ 7	+ 37	+ 14	+ 74	— 20	+ 10	— 40	+ 20
XI. XII.	+ 0	+ 30	0	+ 60	— 18	+ 12	— 36	+ 24
XII. I.	— 10	+ 20	— 20	+ 40	— 15	+ 15	— 30	+ 30

Indem man aus den zugehörigen Werten des Sinus dem üblichen Reduktionsverfahren gemäß die Abendmittel und die Schlußfehler sowie die $\Sigma\Delta\Phi$ ableitet, findet man für den Nordparallel mit Jahresanfang, also mit Gruppenkombination III.IV beginnend:

Tabelle 30.

Gruppen-kombination	Einfacher		Doppelter		Gruppe	Einfacher	Doppelter
	Umlauf					Umlauf	
	Abendmittel	Gruppen-differenz	Abendmittel	Gruppen-differenz		$\Sigma\Delta\Phi$	
III. IV.	·00	— ·52	·00	—1·00	III	·00	·00
IV. V.	+ ·07	— ·52	+ ·13	— ·99	IV	— ·45	— ·87
V. VI.	+ ·17	— ·51	+ ·30	— ·94	V	— ·87	— 1·66
VI. VII.	+ ·25	— ·50	+ ·44	— ·87	VI	— 1·29	— 2·43
VII. VIII.	+ ·33	— ·48	+ ·56	— ·77	VII	— 1·70	— 3·13
VIII. IX.	+ ·38	— ·48	+ ·63	— ·69	VIII	— 2·13	— 3·79
IX. X.	+ ·40	— ·47	+ ·65	— ·67	IX	— 2·54	— 4.45
X. XI.	+ ·36	— ·48	+ ·60	— ·72	X	— 3·10	— 5·19
XI. XII.	+ ·25	— ·50	+ ·44	— ·87	XI	— 3·70	— 6·15
XII. I.	+ ·09	— ·51	+ ·15	— ·98	XII	— 4·37	— 7·36
I. II.	— ·03	— ·52	— ·06	—1·00	I	— 5·00	— 8·56
II. III.	— ·05	— ·52	— ·09	—1·00	II	— 5·54	— 9·59
					III	— 6·01	—10·50
Schlußfehler III. III.		— 6·01		—10·50			

Den Faktor

$$\frac{\sin p\,\frac{d}{2}}{p\,.\sin\frac{d}{2}}$$

kann man bei der Sonne für sämtliche Anschlußdauern bis auf einen Fehler von 1% gleich 1 setzen; zu ergänzen sind dann noch die im Absatz A dieses Paragraphen eingeführten Faktoren $c'_\odot$ und $c''_\odot$.

Nach obiger Rechnung ergeben sich die Schlußfehler III.III, IV.IV usw. notwendigerweise als konstant; die Beiträge der einzelnen Gruppenkombinationen zum Schlußfehler, das heißt die Gruppendifferenzen, sind indessen voneinander verschieden. Umgekehrt müßte ein konstanter Schlußfehler den Größen der 3. oder der 5. Spalte entsprechend auf die einzelnen Gruppenkombinationen verteilt werden; eine gleichmäßige Verteilung, wie sie bisher als Notbehelf beim üblichen Reduktionsverfahren vorgenommen wurde, wäre demgemäß unrichtig. Vorausgesetzt ist hierbei, daß man überhaupt den in Gestalt eines Schlußfehlers entstehenden Widerspruch auf diese rein numerische Weise beseitigen darf.

Die $\Sigma\,\Delta\,\Phi$ wachsen nicht mehr linear mit der Zeit an, sondern zeigen außerdem Schwankungen von Jahresperiode.

Für die Reihe der Abendmittel ergibt sich aus der Verschiedenheit der Anschlußdauer, die mit der Verschiebung der täglichen Beobachtungszeit eng zusammenhängt, eine scheinbare langsame Schwankung von der Dauer eines Jahres. Ist die Beeinflussung der Polhöhenbeobachtung durch die Sonne auf allen Stationen eines Parallels die gleiche, so entsteht wegen der Gleichmäßigkeit der Beobachtungszeiten auf allen Stationen eine scheinbare gemeinsame Jahresperiodizität; Verschiedenheiten könnten durch örtliche Einflüsse entstehen, sie würden sich durch verschiedene c und A äußern. Dies gilt sowohl für einfachen als für doppelten Umlauf. Über eine weitere Folgerung aus dieser gemeinsamen Jahresperiodizität siehe den folgenden Absatz.

D. Indirekte und direkte Beobachtungen von kurzperiodischen Schwingungen; Schätzung der Koeffizienten c.

Für das Bestehen kurzperiodischer Schwingungen in der Stationspolhöhe sprechen bisher hauptsächlich indirekte oder mittelbare Argumente oder Anzeichen; solche sind:

Mißstimmigkeiten zwischen gewissen Kategorien mittlerer Fehler;[1]

die aus der Struve'schen Aberrationsreihe konstruierte, schon erwähnte Tageskurvenschar mit ihren Folgen;

einige Folgerungen aus der Annahme täglicher, konstanter Sinusschwingungen, wie Periodenverlängerung, An- oder Abstiege unter langperiodischen Schwankungen, siehe § 3;

das Ergebnis der Reduktion der $\Sigma\,\Delta\,\Phi$ auf die Schlußfehler, siehe Abschnitte A und B des § 4;

der Zusammenhang zwischen der Veränderlichkeit der Chandler'schen Periode und jener der 6-Jahresperiode, vermittelt durch Formel 18).

Bei der Berechnung der Schlußfehler und der $\Sigma\,\Delta\,\Phi$ ist eine Summation vorausgegangen; treten Resonanzen ein, so können leicht Größen merklich werden, die sich der direkten Beobachtung entziehen. Umgekehrt erkennt man die Möglichkeit, kleine Schwingungen zu bestimmen dadurch, daß man durch

---

[1] Die Polhöhe von Potsdam, III. Heft, p. 29.

geeignete Wahl des Beobachtungsprogrammes derartige Resonanzen hervorbringt, so daß durch Summation meßbare Größen entstehen; vorausgesetzt ist dabei, daß das Gesetz, namentlich die Periodendauer der kleinen Schwingungen theoretisch oder durch Versuche vorher erkannt worden sei.

Die seit Küstner's Beobachtungsreihe erkannte langperiodische Veränderlichkeit von Stationspolhöhen ist mit aller Sicherheit bestätigt worden durch Massenbeobachtungen, bei denen benachbarte Tagesmittel einander stützen. Wie diese, so dürfte auch tägliche Veränderlichkeit nur von der Größenordnung 0."1 anzunehmen sein und es braucht nicht erst hervorgehoben zu werden, welche Schwierigkeiten sich der direkten Beobachtung entgegenstellen, oder daß Versuche, tägliche Veränderungen direkt abzuleiten, nur unsicher ausfallen können, da geeignete Massenbeobachtungen bisher nicht vorliegen. In diesem Sinne mögen die folgenden Untersuchungen aufgefaßt werden.

Zu einem sicheren, direkten Nachweis müßten Massenbeobachtungen entsprechend dicht auf einen genügend großen Teil des 24^h-Tages verteilt werden. Die 4-Gruppenreihe der Herren Kimura und Nakano genügt dieser Bedingung zwar nicht, da sie nur 6 Stunden oder ein Viertel des Tages kontrolliert, wenn man von der Mitte der ersten bis zur Mitte der vierten Gruppe rechnet. Gleichwohl war die Inangriffnahme der Frage sehr dankenswert. Herr Kimura kam allerdings zu dem negativen Ergebnis:[1] Any systematic change of latitude of a measurable quantity cannot exist at all«; dabei ist hervorzuheben, daß Herr Kimura kurz vorher[2] sagt: »This exceeding smallness of the »Schlußfehler« shows, that the diurnal change, if any, is maximum or minimum at midnight, or that it has the same phase as the aberration constant.« Die Gründe für dieses negative Ergebnis in bezug auf einen Regular diurnal change liegen in der Art der Reduktion, insbesondere in der Art, wie die verschiedenen Mittel gebildet werden; sie sind an anderer Stelle näher auseinandergesetzt[3] worden und dort wurde auch gezeigt, welche großen Widersprüche doch in dieser interessanten Reihe enthalten sind. Ihre 3 oder 4 Tagesgruppen gehören dem internationalen Programm an, zwei von ihnen sind im vorgeschriebenen Rhythmus beobachtet und im Band III der »Resultate . .« mit verwendet worden; da dabei auf diese eben genannten Widersprüche nicht eingegangen wird, so seien diese hier mit einigen Vervollständigungen nochmals aufgeführt.

Die von Herrn Kimura widergegebenen Gruppenmittel unterscheiden sich von denen auf p. 77 u. f. des III. Bandes der »Resultate . .« nur um einige 0."01; der Grund für die Unterschiede dürfte in der Verschiedenheit der Aberrationskonstanten zu suchen sein. Wegen der Kleinheit der Differenzen sind im folgenden die Kimura'schen Zahlen, Tabelle I in Nr. 4040 der »Astronomischen Nachrichten«, p. 115, beibehalten worden.

Herr Kimura leitet aus der Reihe selbst Gruppendifferenzen und danach Deklinationsverbesserungen nach dem üblichen Reduktionsverfahren ab. Diese Gruppendifferenzen gelten für bestimmte Jahres- und auch Tageszeiten, sie können sich bei der nur einjährigen Dauer der Reihe mit einer zur Zeit ihrer Beobachtung bestehenden systematischen Beeinflussung verquicken; werden sie dann rückwärts an die Beobachtungen angebracht, so besteht die Gefahr, daß systematische Beeinflussung auf diese Weise mehr oder weniger undurchsichtig weggerechnet wird. Die Kimura'schen Deklinationsverbesserungen der Gruppenmittel sind in folgendem Täfelchen aufgeführt (s. p. 56 [372]).

Ihnen sind die nach Band III, p. 63, aus dem Zeitraum 1900 bis 1906 folgenden Verbesserungen gegenübergestellt; sie sind etwas kleiner als jene und ihnen vorzuziehen als Mittel über die 6jährige Periode. Immerhin kann sich auch hier eine jährliche Periodizität der Kontrolle entziehen.

Zu einer Parallelrechnung habe ich ebenfalls die Tabelle I des Herrn Kimura benutzt mit folgenden beiden Modifikationen. Einmal wurden innerhalb der Gruppenkombinationen einfache Mittel aus den Tageswerten derselben Gruppe gebildet, also ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Anzahlen der Sternpaare; dies läßt sich einigermaßen im Hinblick auf zu vermutende, etwa in Monatsfrist verlaufende

---

[1] Astronomische Nachrichten, Band 169, Nr. 4040, p. 126.

[2] Ebenda, p. 125.

[3] Ergänzungsheft Nr. 11, p. 27.

Tabelle 31.

Deklinationsverbesserungen * nach					
Gruppe	Kimura	Bd. III	Gruppe	Kimura	Bd. III
I	— "016	+ "019	VII	— "011	— "008
II	+ ·021	+ ·017	VIII	— ·017	— ·021
III	+ ·003	+ ·005	IX	+ ·006	+ ·005
IV	— ·072	— ·034	X	+ ·011	— ·010
V	+ ·001	+ ·002	XI	+ ·016	+ ·007
VI	+ ·022	+ ·003	XII	+ ·031	+ ·015

* Vorher sind schon die aus den Beobachtungen der Jahre 1900 bis 1902 folgenden Verbesserungen angebracht worden, siehe Bd. II der »Resultate . . . «, p. 61.

Schwankungen rechtfertigen. Zweitens habe ich dabei davon abgesehen, die an und für sich kleinen Deklinationsverbesserungen anzubringen; in gewissen Differenzen wird man ihren unwesentlichen Einfluß erkennen. Nach dem Gesagten sind die 1., 2., 3., 5. und 6. Spalte der folgenden Tabelle ohne weiteres verständlich.

Tabelle 32.

Gruppenkombination	1903/4	Gruppenmittel nach Kimura	Ordinate	1903/4	Einfache Mittel ohne Deklin. Verbesserung	Ordinate
Polhöhe gleich 39° 8' 3"+Tafelwert						
V. VI. VII. VIII.	April 6	"617 "618 "597 "631	"592	April 5	"608 "611 "614 "653	"600
VI. VII. VIII. IX.	— 23	·538 ·542 ·554 ·561	·540	— 25	·514 ·550 ·577 ·560	·535
VII. VIII. IX.	Mai 18	·460 ·435 ·472	·452	Mai 19	·480 ·449 ·480	·450
VIII. IX. X.	Juni 12	·394 ·361 ·368	·388	Juni 12	·416 ·342 ·333	·386
IX. X. XI.	Juli 15	·377 ·368 ·388	·355	Juli 16	·383 ·343 ·375	·358
X. XI. XII.	Aug. 24	·418 ·402 ·402	·393	Aug. 23	·411 ·394 ·389	·390
XI. XII. I. II.	Sep. 26.	·459 ·457 ·466 ·470	·492	Okt. 3	·459 ·468 ·505 ·404	·510
XII. I. II. III.	Nov. 9.	·635 ·629 ·612 ·564	·622	Nov. 14	·626 ·626 ·585 ·567	·640
I. II. III. IV.	Dez. 15	·712 ·747 ·809 ·758	·733	Dez. 18	·733 ·712 ·833 ·782	·735
II. III. IV. V.	Jän. 15	·765 ·802 ·843? ·847	·811	Jän. 17	·720 ·833 ·950 ·834	·820
III. IV. V. VI.	Febr. 9	·840 ·818 ·811 ·821	·831	Febr. 9	·849 ·886 ·818 ·834	·830
IV. V. VI. VII.	— 29	·794 ·802 ·846 ·785	·800	März 3	·794 ·785 ·810 ·811	·790
V. VI. VII. VIII.	März 24	·790 ·723 ·801 ·764	·748	— 24	·772 ·724 ·768 ·795	·746

? Der Wert "843 für Gruppe IV, Jänner 15, scheint entstellt zu sein.

Um auf kleinere, leichter zu übersehende Größen zu kommen, wurden von den Mitteln der 3. und 6. Spalte die Beträge der langperiodischen Schwankungen der Stationspolhöhe nach Band III der »Resultate . .«, Tafel II, abgezogen; diese Beträge findet man in den mit »Ordinate« überschriebenen Spalten.

Von dieser Reduktion werden die Schlußfehler überhaupt nicht betroffen; an Stelle der $\Sigma\Delta\Phi$ erhält man nun, wie im Abschnitt B, die Größen Σ_r. Aus Tabelle 32 ergibt sich somit die folgende:

Tabelle 33.

Gruppenkombination	1903/4	Nach Kimura's Rechnung				1903/4	Durch einfache Mittelung			
		1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
		Abendgruppe					Abendgruppe			
V. VI. VII. VIII.	April 6	+″025	+″026	+″005	+″039	April 5	+″008	+″011	+″014	+″053
VI. VII. VIII. IX.	— 23	—·002	+·002	+·014	+·021	— 25	—·021	+·015	+·042	+·025
VII. VIII. IX. —	Mai 18	+·008	—·017	+·020	—	Mai 19	+·030	—·001	+·030	—
VIII. IX. X. —	Juni 12	+·006	—·027	—·020	—	Juni 12	+·030	—·044	—·053	—
IX. X. XI. —	Juli 15	+·022	+·013	+·033	—	Juli 16	+·025	—·015	+·017	—
X. XI. XII. —	Aug. 24	+·025	+·009	+·009	—	Aug. 23	+·021	+·004	—·001	—
XI. XII. I. II.	Sept. 26	—·033	—·035	—·026	—·022	Okt. 3	—·051	—·042	—·005	—·106
XII. I. II. III.	Nov. 9	+·013	+·007	—·010	—·058	Nov. 14	—·014	—·014	—·055	—·073
I. II. III. IV.	Dez. 15	—·021	+·014	+·076	+·025	Dez. 18	—·002	—·023	+·098	+·047
II. III. IV. V.	Jän. 15	—·046	—·009	+·032?	+·036	Jän. 17	—·100	+·013	+·130	+·014
III. IV. V. VI.	Febr. 9	+·009	—·013	—·020	—·010	Febr. 9	+·019	+·056	—·012	+·004
IV. V. VI. VII.	— 29	—·006	+·002	+·046	—·015	März 3	+·004	—·005	+·020	+·021
V. VI. VII. VIII.	März 24	+·042	—·025	+·053	+·016	— 24	+·026	—·022	+·022	+·049

Hieraus ergeben sich folgende gleichberechtigte Schlußfehler:

Tabelle 34.

Gruppe	Aus			
	1. und 2.	2. und 3.	1. und 2.	2. und 3.
	Abendgruppe			
V. V.	+ ″028	—	— ″006	—
VI. VI.	+ ·096	— ″187	+ ·045	— ″270
VII. VII.	—	— ·286	—	— ·311

Nach der Kimura'schen Tabelle I beruhen die Mittel der Tabelle 32 auf etwa 50 Sternpaaren; nimmt man als mittleren Fehler einer Polhöhe aus einem Sternpaare $\pm 0''15$ an, so erhält man für einen der Schlußfehler der Tabelle 34 einen mittleren Fehler von einigen $0''01$. Die Widersprüche zwischen je 4 Werten dieser Tabelle sind zu groß, um übergangen zu werden. Einen Mittelwert zu bilden ist unzulässig und es würde keinen Sinn haben, ein solches Mittel auf die Gruppendifferenzen zu verteilen.

Aus der Tageskurvenschar der Tafel III ergeben sich unter anderm die zwei ähnlichen Schlußfehlergruppen:[1]

Gruppe	3^h	5^h	Oder Gruppe	4^h	6^h
X'. X'	— ″030	—	XI'. XI'	— ″005	—
XI'. XI'	+ ·072	— ″142	XII'. XII'	+ ·019	— ″318
XII'. XII'	—	— ·150	I'. I'	—	— ·247

[1] Astronomische Nachrichten, Nr. 4142, p. 223, Tabelle 63.

Aus Tabelle 33 ergeben sich weiter die folgenden $\Delta\Phi$:

Tabelle 35.

Gruppe	$\Delta\Phi$					
	nach Kimura's Rechnung			durch einfache Mittelung		
VI.	− ^{r}·028	− ^{r}·003	− ^{r}·025	− ^{r}·032	+ ^{r}·001	− ^{r}·011
VII.	+ ·006	− ·031	− ·001	+ ·015	− ·043	+ ·005
VIII.	+ ·023	− ·047	−	+ ·031	− ·074	−
IX.	+ ·049	+ ·033	−	+ ·069	+ ·038	−
X.	+ ·012	− ·024	−	+ ·036	− ·013	−
XI.	− ·042	− ·044	−	− ·055	− ·041	−
XII.	+ ·048	+ ·033	+ ·012	+ ·028	− ·009	+ ·051
I.	− ·028	+ ·024	+ ·134	+ ·012	+ ·032	+ ·171
II.	− ·060	− ·085	+ ·007?	− ·077	− ·085	+ ·083
III.	+ ·018	− ·045?	− ·056	+ ·006	− ·074	− ·026
IV.	+ ·007	+ ·022	+ ·056	− ·052	+ ·007	+ ·016
V.	+ ·040	− ·071	+ ·068	+ ·031	− ·042	+ ·001

Um zur Bildung der Σ auch die beobachteten vierten Abendgruppen, die im Sommer entfallen, so weit als möglich auszunutzen, wurde der an und für sich willkürliche Termin für den Beginn der Summation auf die mittlere Epoche der Gruppe XI gelegt; die vorhergehenden $\Delta\Phi$ sind demnach sukzessive zu subtrahieren, man erhält damit die Σ_r:

Tabelle 36.

Gruppe	Nach Kimura's Beobachtung			Durch einfache Mittelung		
	Σ_{r1}	Σ_{r2}	Σ_{r3}	Σ_{r1}	Σ_{r2}	Σ_{r3}
V.	− ^{r}·020	+ ^{r}·116	−	− ^{r}·064	+ ^{r}·132	−
VI.	− ·048	+ ·113	−	− ·096	+ ·133	−
VII.	− ·042	+ ·082	−	− ·081	+ ·090	−
VIII.	− ·019	+ ·035	−	− ·050	+ ·016	−
IX.	+ ·030	+ ·068	−	+ ·019	+ ·054	−
X.	+ ·042	+ ·044	−	+ ·055	+ ·041	−
XI.	·000	·000	·000	·000	·000	^{r}·000
XII.	+ ·048	+ ·033	+ ·012	+ ·028	− ·009	+ ·051
I.	+ ·020	+ ·057	+ ·146	+ ·040	+ ·023	+ ·222
II.	− ·040	− ·028	+ ·153	− ·037	− ·062	+ ·305
III.	− ·022	− ·073	+ ·097	− ·031	− ·136	+ ·279
IV.	− ·015	− ·051	+ ·153	− ·083	− ·129	+ ·295
V.	+ ·025	− ·122	+ ·221	− ·052	− ·171	+ ·296

Das Systematische tritt hier bereits deutlich genug hervor; der innere Widerspruch wird noch auffälliger, wenn man ausdrückt, daß diese Σ_r untereinander übereinstimmen sollten. Die Unterschiede benachbarter Kolonnen werden:

Tabelle 37.

Gruppe	$\Sigma_{r_2} - \Sigma_{r_1}$	$\Sigma_{r_3} - \Sigma_{r_2}$	$\Sigma_{r_2} - \Sigma_{r_1}$	$\Sigma_{r_3} - \Sigma_{r_2}$
	Kimura		Mittelung	
V.	+ ″136		+ ″196	
VI.	+ ·161		+ ·229	
VII.	+ ·124		+ ·171	
VIII.	+ ·054		+ ·066	
IX.	+ ·038		+ ·035	
X.	+ ·002		— ·014	
XI.	·000	″000	·000	+ ″000
XII.	— ·015	— ·021	— ·037	+ ·060
I.	+ ·037	+ ·089	— ·017	+ ·199
II.	+ ·012	+ ·081	— ·025	+ ·367
III.	— ·051	+ ·170	— ·105	+ ·415
IV.	— ·036	+ ·204	— ·046	+ ·424
V.	— ·147	+ ·343	— ·119	+ ·467
Theoretischer Wert 0				

Diese Differenzen zwischen den Σ_r sind ebenfalls nahe frei von der berechneten langperiodischen Polhöhenschwankung in Mizusawa. Die Werte der 2 und 3. Spalte beruhen auf Herrn Kimura's Rechnung, bei ihnen sind Deklinationsverbesserungen angebracht; die Differenzen der 4. und 5. Spalte wurden durch einfache Mittelbildung erhalten und sind ohne Deklinationsverbesserungen berechnet. Das Systematische ist nach beiden Arten ähnlich; der untersten Zeile nach wächst eine Größe, deren theoretischer Wert 0 ist, binnen 7 Monaten bis zu rund 0″5 an.

Bisweilen wird, falls so kleine Beträge wie in Tabelle 33 vorliegen, geäußert, man sei an der Grenze des Erreichbaren angekommen, der mittlere Fehler eines Abends sei $\pm$ 0″03. Nun sind allerdings die quadratischen Mittel für die nach Herrn Kimura's Rechnung folgenden Beträge der Tabelle 33:

$$\sqrt{\frac{0\cdot035\,235}{48}} = \pm 0''027,$$

für die der anderen Rechnung:

$$\sqrt{\frac{0\cdot087\,855}{48}} = \pm 0''043.$$

Daß im vorliegenden Falle damit die Grenze noch nicht erreicht ist, bis zu der sich systematische Beeinflussung oder Gesetzmäßigkeit verfolgen läßt, lehrt die Tatsache, daß aus denselben kleinen Beträgen sich die zu großen Widersprüche der Tabellen 34, 36 und 37 ergaben.

Diese Widersprüche sind entstanden dadurch, daß die Beobachtungszeit programmgemäß um nur 2^h verschoben worden ist; somit müssen innerhalb einiger Stunden wesentliche Änderungen in irgend welchen Beeinflussungen der Polhöhe stattgefunden haben.

Wie Tabelle 37 zeigt, können zwei benachbarte Reihen von Σ-Differenzen entgegengesetzten Verlauf nehmen. Nach der Tageskurvenschar der Tafel III habe ich entsprechende Reihen von Σ-Differenzen gebildet und zwar nach 24 Beobachtungsprogrammen, die um je eine Stunde gegeneinander verschoben sind; dabei finden sich unter mehreren folgende zwei Kombinationen, die der Tabelle 37 entsprechend Abnahme und Zunahme zeigen (s. p. 60 [376]).

Es liegt nahe, die Kimura'sche Reihe mehr im einzelnen zu untersuchen. Teilt man zum Beispiel die Gruppenkombinationen Kimura's zeitlich in je zwei Abschnitte, bildet wiederum Gruppenmittel und Gruppenunterschiede, so erhält man während der Zeit zwischen 1903 Oktober bis 1904 Februar allerdings

Gruppe	$\Sigma_2 - \Sigma_1$	$\Sigma_3 - \Sigma_2$	Gruppe	$\Sigma_2 - \Sigma_1$	$\Sigma_3 - \Sigma_2$
V'	+ ʳ005		III'	+ ʳ102	
VI'	+ ·006		IV'	+ ·109	
VII'	− ·009		V'	+ ·119	
VIII'	− ·033	− ʳ024	VI'	+ ·110	
IX'	− ·128	+ ·053	VII'	+ ·089	
X'	− ·154	+ ·108	VIII'	+ ·014	+ ʳ235
XI'	− ·083	+ ·206	IX'	− ·045	+ ·282
XII'	− ·081	+ ·233	X'	− ·044	+ ·373
I'	− ·095	+ ·250	XI'	− ·032	+ ·375
II'	− ·096	+ ·268	XII'	− ·051	+ ·366
III'	− ·086	+ ·278	I'	− ·083	+ ·390
IV'	− ·078	+ ·289	II'	− ·084	+ ·405
V'	− ·070	+ ·291	III'	− ·069	+ ·404

mehrere bemerkenswerte Unterschiede; nach meinen Rechnungen tritt der größte Unterschied auf bei Kombination 7. Die Beobachtungen einer Unterabteilung zwischen Dezember 28 und Jänner 15 sind:

Tabelle 38.

1903/4	Gruppe								Tagesdifferenzen Gruppe IV−III
	II		III		IV		V		
Dez. 28	3ʳ77	6	3ʳ72	5	—	—	—	—	—
Jän. 2	3·60	5	3·77	1	4ʳ23	1	—	—	+ 0ʳ46
5	—	—	3·77	3	3·91	5	3ʳ70	6	+ 0·14
6	—	—	3·66	6	3·94	4	—	—	+ 0·28
7	—	—	—	—	3·93	3	3·83	4	—
13	3·85	6	3·89	6	4·02	4	—	—	+ 0·13
14	3·59	2	3·87	3	3·95	4	3 93	3	+ 0·08
15	—	—	3·88	4	—	—	—	—	—

Neben den Gruppenmitteln stehen die Anzahlen der Sternpaare; nimmt man für die Anzahlen 1, 2 und 3 der Paare als Gewicht 1, für die Anzahlen 4, 5 und 6 als Gewicht 2 an, so ergeben sich für diesen Zeitabschnitt folgende Mittel:

Gr. II	Gr. III	Gr. IV	Gr. V
3ʳ719	3ʳ792	3ʳ980	3ʳ798
± ·064	± ·036	± ·041	—

Nach Tabelle 31 sind die mittleren Deklinationsverbesserungen

+ 0ʳ017   + 0ʳ005   − 0ʳ034   + 0ʳ002.

Es verbleiben sonach folgende Gruppenunterschiede:

Im Sinne IV−III gleich − 0ʳ149 ± 0ʳ055, Zwischenzeit 2^h,

» » IV−II » − 0·210 ± 0·076, » 4^h.

Zum Vergleiche seien die Widersprüche aufgeführt, aus denen Herr Küstner auf Veränderlichkeit der Polhöhe schloß: [1]

Im Sinne: Frühjahr 1881—82: $+0\overset{''}{.}203 \pm 0\overset{''}{.}044$ } mittlere F.;
» 1884—85: $+0.204 \pm 0.038$ }

letztere Differenz beruht auf 75 und 60 Sternpaaren, die auf etwa 25 Beobachtungstage sich verteilen.

Die Gruppendifferenzen der Kimura'schen Reihe scheinen zeitlichen Änderungen zu unterliegen; nach Tabelle 37 ist gewiß, daß dabei eine Gesetzmäßigkeit besteht und, um eine solche zu erkennen, habe ich folgenden Versuch gemacht. Die Gruppenmittel der Tabelle 33 wurden als Ordinaten der Tageszeit nach in Millimeterpapier aufgetragen, tagweise untereinander; je 3 benachbarte obere Endpunkte dieser Ordinaten wurden zur Bestimmung einer Parabel benutzt, die 3 Konstanten $a\ b\ c$ der Parabelgleichung $y = a + bt + ct^2$ wurden berechnet und die Parabeln näherungsweise konstruiert. In der so entstehenden Folge von Kurven kann man zwar eine gewisse Struktur, zum Beispiel ein Vor- und Zurückgehen der Gipfel erkennen; auch die Folgen der Faktoren b und c, die über Lage des Gipfels zur Ordinatenachse sowie über den Parameter Auskunft geben, zeigen gewisse Anordnungen. Bei der geringen Anzahl von Beobachtungen, namentlich wegen des Fehlens von Parallelbeobachtungen gehe ich nicht näher darauf ein; es möge genügen, aus der sehr wichtigen Reihe der Herren Kimura und Nakano die in den obigen Tabellen 34, 36 und 37 dargestellten außerordentlich großen Widersprüche mit Sicherheit nachgewiesen zu haben.

Es ist unwahrscheinlich, daß die Ursache dieser Widersprüche allein in Mizusawa bestehe; nach den Tabellen I und II kann man annehmen, daß auch auf den übrigen Stationen Ähnliches stattfindet.

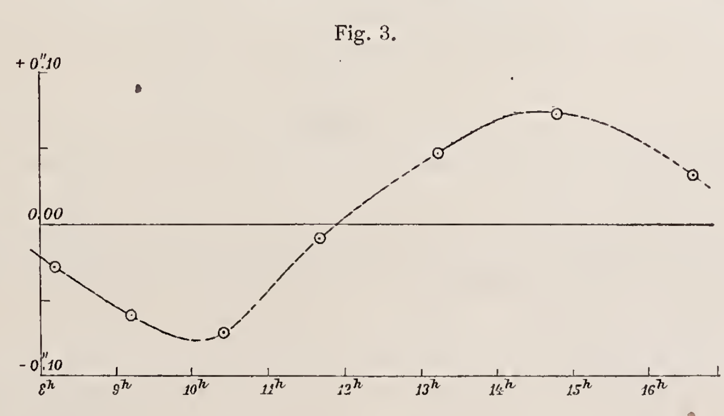
Auf zwei weitere Beobachtungsreihen sei kurz eingegangen, in denen sich Andeutungen rascher Veränderung der Polhöhe erkennen lassen.

Ebenfalls nach der Kettenmethode, aber mit nur 4 Gruppen hat Herr E. Schönberg [2] in Dorpat ($\varphi = 58°\ 22\overset{'}{.}8$) in den Jahren 1908/9 eine Reihe beobachtet, bei der eine Abhängigkeit der Polhöhe von der Tageszeit bestanden zu haben scheint. Es war aufgefallen, daß die Abweichungen der nach Mitternacht beobachteten Polhöhen positives, die vor Mitternacht beobachteten bei allen Gruppen negatives Vorzeichen hatten; eine Anordnung nach Tagesstunden ergab folgenden Verlauf:

8ʰ2	9ʰ2	10ʰ4	11ʰ7	13ʰ2	14ʰ8	16ʰ6
−0″03	−0″06	−0″07	−0″01	+0″04$_5$	+0″07	+0″03

Unternimmt man demgemäß eine fingierte Beobachtungsreihe nach den Zeiten des internationalen Programmes und benutzt zur Interpolation die folgende, den obigen Zahlen sich anschließende Kurve:

Fig. 3.



[1] Neue Methode..., p. 47 und 49.

[2] Publikationen der Kaiserl. Universitätssternwarte zu Jurjew (Dorpat), Bd. XXI, Heft 5: Untersuchungen über die Polhöhenschwankung, Jurjew 1911; insbesondere p. 34 u. f.

so ergeben sich folgende Gruppenanschlüsse, Schlußfehler, $\Sigma\Delta\Phi$ nebst jährlichem Glied:

Tabelle 39.

Gruppenkombination	Mittleres Datum	Jahresbruch	Tagesstunde erste	Tagesstunde zweite	Ordinaten		Gruppenanschlüsse	$\Delta\Phi$	$\Sigma\Delta\Phi$	Mittel der Ordinaten	Jährliche Glieder
			Abendgruppe								
III·IV.	Jän. 18	·05	$9^{h}0$	$11^{h}3$	−″055	−″028	−″027		″000	−″042	−″012
IV·V.	Febr. 11	·11	9·7	11·8	−·073	−·005	−·068	−″045	−·045	−·039	−·009
V·VI.	März. 8	·18	10·0	11·7	−·077	−·010	−·067	−·072	−·117	−·044	−·014
VI·VII.	April 3	·25	10·1	12·2	−·077	+·009	−·086	−·067	−·184	−·034	−·004
VII·VIII.	— 29	·32	10·5	12·8	−·070	+·031	−·101	−·079	−·263	−·020	+·010
VIII·IX.	Mai 26	·40	11·1	13·2	−·039	+·045	−·084	−·070	−·333	+·003	+·033
IX·X.	Juni 25	·48	11·2	13·0	−·033	+·038	−·071	−·078	−·411	+·003	+·033
X·XI.	Juli 27	·57	10·9	12·7	−·050	+·028	−·078	−·088	−·499	−·011	+·019
XI·XII.	Sept. 3	·67	10·3	12·3	−·076	+·014	−·090	−·104	−·603	−·031	−·001
XII·I.	Okt. 12	·78	9·6	11·7	−·071	−·010	−·061	−·085	−·688	−·041	−·011
I·II.	Nov. 19	·88	9·2	11·1	−·060	−·040	−·020	−·050	−·738	−·050	−·020
II·III.	Dez. 21	·97	9·0	10·8	−·055	−·056	+·001	−·015	−·753	−·056	−·026
							Schlußfehler −″752			Mittel −″030	

Mithin genügte eine tägliche Schwingung mit einer Gesamtamplitude von 0″15, um große durchschnittliche Schlußfehler und starke Abstiege zu erklären. Die Nullstellen des jährlichen Gliedes fallen mit denen das z-Gliedes nahe zusammen; mithin könnte ein reelles z-Glied beim Bestehen einer solchen täglichen Schwingung, verbunden mit dem Vor- und Zurückgehen der Tageszeit der Beobachtung, wesentlich beeinflußt werden. Ähnliches gilt bei konstanter täglicher Beobachtungszeit und oszillierenden Schwingungen.

Herr Schönberg selbst stellt fest, daß für die Tageszeiten seiner Messung die Gruppenanschlüsse der Kurve gemäß werden:

Gruppe	Tageszeit	Anschlüsse
I−II	$7^{h}8-14^{h}4$	− 0″09
II−III	8·2−14·0	− 0·10
III−IV	9·2−15·0	− 0·14
IV−I	9·0−14·4	− 0·14
	Schlußfehler	− 0·47

Aus den Beobachtungen der Polhöhe selbst hatte sich vorher[1] in vollkommener Übereinstimmung ergeben: −0″48.

Mit Rücksicht auf dieses Ergebnis sei auch auf die 6jährige Potsdamer Reihe noch etwas näher eingegangen. Die Tabelle 8 des Ergänzungsheftes Nr. 11 enthält gruppenweise Mittelwerte der Polhöhe, die aus den nach Tagesstunden geordneten einzelnen Gruppenmitteln erhalten worden waren; dabei war zunächst über jedes Jahr gemittelt worden, darauf über die Jahresmittel. Somit erscheinen die 6-Jahresperiode und die sehr nahe fünfmal darin enthaltene $14^{1}/_{2}$ Monatsperiode eliminiert. Die genannte Tabelle 8 ist von links nach rechts nach Tagesstunden geordnet, von oben nach unten dagegen nach den Gruppen

[1] Ebenda, p. 30.

und, da diese zu bestimmter Jahreszeit beobachtet werden, zugleich nach dieser geordnet. Für die Tagesstunden 9 bis 10^h, 10 bis 11^h, 11 bis 12^h, 12 bis 13^h ergaben sich Werte für sämtliche 10 Gruppen; ihre Abweichungen gegen die Spaltenmittel sind frei von einer Tagesschwankung, enthalten aber noch die Jahresperiode; mit umgekehrtem Vorzeichen stellen sie demnach Gruppenreduktionen dar, durch deren Anbringung zugleich die Jahresperiode eliminiert wird. Mit Rücksicht auf Gewichte je nach der Gleichmäßigkeit der Verteilung über die 6 Jahre erhalte ich aus den genannten 4 Tagesstunden folgende Verbesserungen der Deklinationen (Spalte 5).

Tabelle 40.

Gruppe	Rektaszension	Mittlere Tagesstunde	Mittlerer Jahrestag	Verbesserung der Deklination nach Ergänzungsheft 11	Verbesserung der Deklination nach dem üblichen Verfahren	Differenz
I	3^h4	9^h4	Dez. 20	$-0''034$	$+0''030$	$+0''064$
II	6·1	9·3	Febr. 2	−·173	−·170	+·003
III	9·8	10·5	März 10	−·026	−·114	−·088
IV	12·1	10·8	April 9	+·069	−·042	−·111
V	14·1	11·2	Mai 5	+·030	−·046	−·076
VI	16·3	11·8	— 31	−·018	−·074	−·056
VII	18·1	11·6	Juni 30	+·140	+·138	−·002
VIII	19·9	11·2	Aug. 4	+·030	+·077	+·047
IX	22·1	10·5	Sept. 15	+·060	+·120	+·060
X	0·5	9·7	Nov. 2	−·079	+·081	+·160
			Durchschnittlicher Absolutbetrag	0·066	·089	·067
			Quadratsumme	+·0681	+·0981	+·0645

Ihnen sind in der 6. Spalte diejenigen Verbesserungen gegenübergestellt, die Herr Schnauder mangels eines strengen Verfahrens auf die auch jetzt noch übliche Weise dadurch erhielt, daß er den Schlußfehler $+0''065 \pm 0''059$ auf die Gruppenunterschiede verteilte. Die beiden Arten von Verbesserungen zeigen der letzten Spalte nach Unterschiede mit einer reinen jährlichen Periode.[1] Den durchschnittlichen Absolutbeträgen sowie den Quadratsummen nach sind die nach einer primitiven harmonischen Analyse berechneten Verbesserungen in Spalte 5 im allgemeinen kleiner als die nach dem üblichen Verfahren erhaltenen; außerdem treten unter den 10 Vorzeichen bei ersterer 4 Wechsel und 5 Folgen auf, in den beiden letzten Spalten nur je 2 Wechsel, aber je 7 Folgen. Diese Umstände sprechen nicht zuungunsten der Verbesserungen der 5. Spalte; bringt man sie an die Mittelwerte der soeben genannten Tabelle 8 an, so erhält man die von Deklinationsfehlern und jährlicher Periode befreiten Werte folgender Tabelle:

[1] Vergleiche die Bemerkungen des Herrn Biske über einen Zusammenhang der Deklinationsverbesserungen mit z-Glied und Jahreszeit, a. a. O. Astron. Nachr., Bd. 175, p. 100.

Tabelle 41.

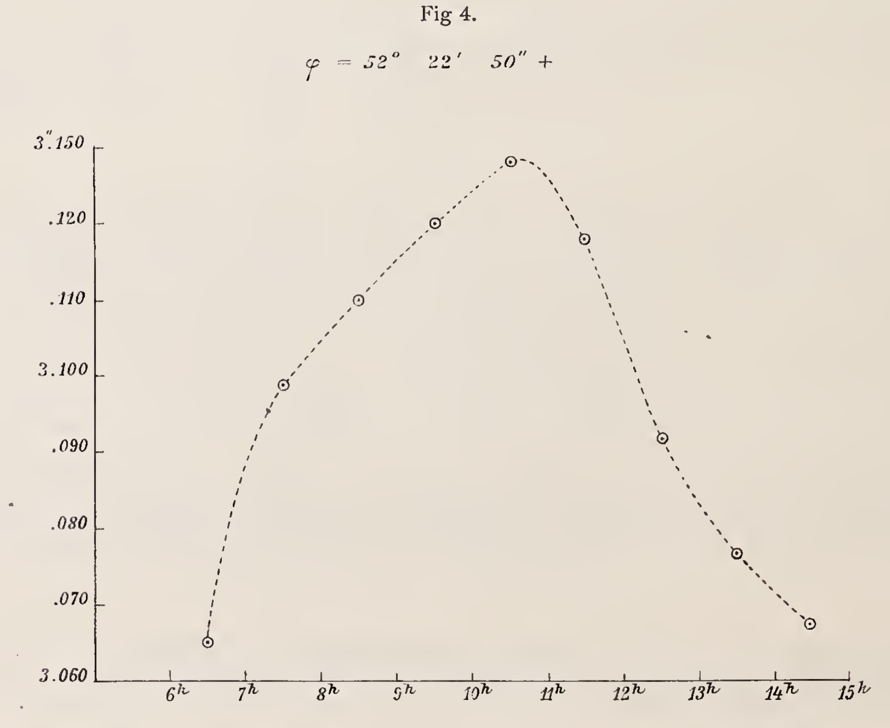
Gruppe	$\varphi = 52° 22' 50'' +$										
	5^h-6^h	6^h-7^h	7^h-8^h	8^h-9^h	9^h-10^h	10^h-11^h	11^h-12^h	12^h-13^h	13^h-14^h	14^h-15^h	15^h-16^h
I	(2"990)	3"110	3"054	3"062	3"152	3"125	3"152	(3"076)	(3"006)	(3"001)	(3"045)
II		(3·018)	3·035	3·011	3·061	3·119	3·179	(3·164)	(3·040)		
III				(3·122)	3·081	3·134	(3·139)	(3·139)			
IV					3·128	3·141	3·080	3·131			
V					3·099	3·146	3·112	3·105	(3·165)		
VI					(3·234)	3·114	3·100	3·084	3·090	(3·207)	
VII				(3·110)	3·152	3·139	3.123	3·062	3·027		
VIII			(3·309)	3·146	3·157	3·135	3·111	3·081	3·054		
IX	(3·033)	(3·029)	(3·164)	3·151	3·160	3·122	3·129	3·106	(3·021)		
X	(2·956)	(3·224)	(3·071)	3·084	3·143	3·147	3·094	(3·080)	(3·037)		
Mittel .	2·993	3·098	3·103	3·095	3·132	3·132	3·121	3·100	3·056	3·104	3·045
	± ·022	± ·043	± ·047	± ·020	± ·014	± ·004	± ·009	± ·009	± ·016	± ?	± ?
Mittel zu je 3 .		3·065	3·099	3·110	3·120	3·128	3·118	3·092	3·087	3·068	

Die eingeklammerten Werte sind Mittel aus weniger als 5 Jahren; sie erhielten das Gewicht 1, Mittel aus 5 und 6 Jahren das Gewicht 2.

Wendet man, um den Einfluß der Unregelmäßigkeiten in der graphischen Darstellung abzuschwächen, das bekannte Mittel an, mehrere aufeinanderfolgende Werte zu mitteln, so erhält man aus 2 Nachbarwerten noch keinen widerspruchslosen Verlauf, wohl aber bei je 3; sie sind zur leichteren Interpolation durch folgende Kurve dargestellt:

Fig 4.

$\varphi = 52° \quad 22' \quad 50'' +$



Beobachtet man dieser Kurve gemäß mit den durchschnittlichen Tageszeiten der Potsdamer Reihe, so erhält man die Ordinaten der folgenden Tabelle:

Tabelle 42.

Gruppen-kombination	Tagesstunde erste	Tagesstunde zweite	Ordinaten erste	Ordinaten zweite	Gruppen-anschlüsse	Gruppe	$\Delta\Phi$	$\Sigma\Delta\Phi$
	Abendgruppe							
I.II	7^h8	10^h7	″103	″128	−″025	I		″000
II.III	7·9	11·5	·104	·118	−·014	II	−″024	−·024
III.IV	9·5	11·7	·120	·113	+·007	III	+·002	−·022
IV.V	9·9	12·0	·123	·106	+·017	IV	+·010	−·012
V.VI	10·3	12·6	·127	·090	+·037	V	+·021	+·009
VI.VII	11·0	12·7	·126	·088	+·038	VI	+·036	+·045
VII.VIII	10·4	12·4	·127	·094	+·033	VII	+·039	+·084
VIII.IX	10·0	12·1	·124	·103	+·021	VIII	+·030	+·114
IX.X	8·9	11·2	·114	·122	−·008	IX	+·011	+·125
X.I	8·1	10·9	·106	·127	−·021	X	−·016	+·109
						I	−·024	+·085

Schlußfehler +·085

Der Schlußfehler stimmt mit dem von Herrn Schnauder berechneten + 0″065 genügend überein; der Anstieg in $\Sigma\Delta\Phi$ ist positiv, dem Betrage nach kleiner als der durch eine Ausgleichung im Ergänzungsheft Nr. 11 gewonnene Wert + 0″17 ± 0″01. Ein jährliches Glied ist nicht zu erkennen; ein solches kann bei dieser Lage der Kurve zu den Tagesstunden des Programms auch nicht zustande kommen. Schlußfehler und die $\Sigma\Delta\Phi$ sind geringen Änderungen dieser Kurve gegenüber sehr empfindlich; man erkennt dies, wenn man die durchschnittlichen Tagesstunden des internationalen Programmes anwendet

Tabelle 43.

Gruppen-kombination	Tagesstunden erste	Tagesstunden zweite	Ordinaten erste	Ordinaten zweite	Gruppen-anschlüsse	Gruppe	$\Delta\Phi$	$\Sigma\Delta\Phi$	Abend-mittel	Jährliches Glied
	Abendgruppe									
III.IV	9^h0	11^h3	″115	″121	− ″006	III		″000	″118	+ ″005
IV.V	9·7	11·8	·122	·111	+ ·011	IV	+ ″001	+ ·001	·117	+ ·004
V.VI	10·0	11·7	·124	·113	+ ·011	V	+ ·013	+ ·014	·119	+ ·006
VI.VII	10·1	12·2	·125	·100	+ ·025	VI	+ ·012	+ ·026	·113	·000
VII.VIII	10·5	12·8	·128	·086	+ ·042	VII	+ ·028	+ ·054	·107	− ·006
VIII.IX	11·1	13·2	·124	·080	+ ·044	VIII	+ ·038	+ ·092	·102	− ·011
IX.X	11·2	13·0	·122	·083	+ ·039	IX	+ ·042	+ ·134	·103	− ·010
X.XI	10·9	12·7	·127	·088	+ ·039	X	+ ·044	+ ·178	·108	− ·005
XI.XII	10·3	12·3	·127	·097	+ ·030	XI	+ ·039	+ ·217	·112	− ·001
XII.I	9·6	11·7	·121	·113	+ ·008	XII	+ ·024	+ ·241	·117	+ ·004
I.II	9·2	11·1	·117	·124	− ·007	I	+ ·004	+ ·245	·121	+ ·008
II.III	9·0	10·8	·115	·128	− ·013	II	− ·009	+ ·236	·122	+ ·009
						III	− ·013	+ ·223		

Schlußfehler + ·223 Mittel ·113

Schlußfehler und Anstieg in den Σ sind größer als vorhin; das jährliche Glied hat die gleichen Nullstellen und gleiche Phase, aber geringere Amplitude wie das z-Glied, so daß ein Teil des letzteren erklärt wäre. Der völligen Erklärung stellt sich vorläufig noch der Widerspruch entgegen, daß die z-Glieder der 6 internationalen Stationen im Durchschnitt mit negativen Schlußfehlern und mit Abstiegen zusammentreffen, während es in Tabelle 43 umgekehrt ist. Jedenfalls ist ein Zusammenhang konstatiert. Dabei müssen die Nullstellen dieser jährlichen Glieder in die Zeit der Äquinoktien fallen, da dann wieder zu denselben Tagesstunden beobachtet wird; in diese Zeiten fallen aber auch die Nullstellen des z-Gliedes.

Sind aber Schwingungen mit der Periode eines mittleren Tages vorhanden, so bleibt noch der Einfluß auf die Deklinationen selbst und auf die nach dem üblichen Verfahren aus den Polhöhenschwankungsbeobachtungen errechneten Verbesserungen zu erörtern; ein solcher kann von vornherein nicht abgeleugnet werden, da bei dem üblichen Programm bestimmte Gruppen zu gewissen Tageszeiten beobachtet werden, abgesehen davon, daß auch die Jahreszeiten damit verknüpft sind; vergleiche die Tabellen 15 und 40.

Bisher sind konstante Tagesschwingungen betrachtet worden und es fanden sich einige Analogien mit Folgerungen aus gewissen durchschnittlichen Beobachtungsergebnissen. Beim Betrachten einer graphischen Darstellung, in der nach Tabelle 41 die Stundenmittel gruppenweise untereinander eingetragen sind, kann ich mich des Eindruckes nicht erwehren, daß die Extreme mittlerer hindurchzulegender Kurven wandern und zwar überwiegend von links oben nach rechts unten; eine Struktur scheint, wie bei der 4-Gruppenreihe in Mizusawa, wenigstens erkennbar zu sein. Es ist indessen bisher zu wenig Anhalt gegeben, auf den Einfluß solcher veränderlicher Schwankungen näher einzugehen. Nur sei noch erwähnt, daß, falls eine Schwingung nicht konstant ist, sondern Oszillationen um eine Mittellage macht, im Mittel die Amplitude verkleinert erscheint. Man erkennt dies schon an dem einfachen Falle, daß aus 2 Schwingungen mit gleicher Periode, aber mit verschiedener Anfangsphase ein Mittel genommen wird; es ist:

$$\frac{1}{2}\{\sin(a_1+bt)+\sin(a_2+bt)\} = \cos\frac{a_1-a_2}{2}\cdot\sin\left(\frac{a_1+a_2}{2}+bt\right).$$

Umgekehrt können also die komponierenden Schwingungen größere Amplituden haben als ihr Mittel.

Die Lage der Extreme in den Figuren 3 und 4 zu den mittleren Tageszeiten der Beobachtung ist von Einfluß auf die Schlußfehler. Beispielsweise fällt das Maximum bei Figur 4 nahe auf 10^h65, das Mittel der täglichen Beobachtungszeiten nach dem durchschnittlichen Beobachtungsprogramm ist 10^h6, der Schlußfehler nur $+0''085$, nach dem von den Beobachtern tatsächlich innegehaltenen Programm und nach der Berechnung durch Herrn Schnauder nur $+0''065$. Dagegen ist nach Tabelle 43 das Mittel aller täglichen Beobachtungszeiten 11^h05, der Schlußfehler bereits: $+0''223$.

Beobachtete man beständig um 11^h0 und 13^h0, so daß das Mittel der täglichen Beobachtungszeiten, nämlich 12^h0, um 1^h35 von der Zeit jenes Extrems verschieden wäre, so erhielte man als konstante Gruppendifferenz nach Figur 4: $+0''126-0''083 = +0''043$, demnach als Schlußfehler: $+0''043\times 12 =$ $= +0''516$.

Fällt die mittlere Tageszeit der Beobachtung auf die Zeit eines Extremes täglicher Schwingung wie bei der Potsdamer Kurve, Figur 4, so wird die »Reduktion auf mittleren Ort des Poles« einseitig entstellt.

Die mit »Gruppenanschlüsse« überschriebenen Spalten der Tabellen 39, 42 und 43 zeigen, wie verschieden die Beiträge zum Schlußfehler aus den einzelnen Gruppenkombinationen bei konstanter Schwingung und veränderlicher Tageszeit der Beobachtung ausfallen können, im Gegensatz zu der willkürlichen Annahme einer gleichmäßigen Verteilung beim üblichen Reduktionsverfahren. Dazu verteilen sich diese einzelnen Beiträge nicht nach Art zufälliger Fehler, sondern es bestehen deutliche Vorzeichenfolgen, so daß bei dem zur Ableitung von Deklinationsverbesserungen notwendigen Aufsummieren von Gruppenanschlüssen noch größere Beträge entstehen können, die systematische Folgen bilden. Nun ist die Grundgleichung für die Berechnung der Polhöhen $\varphi = z + \delta$, demnach ist $d\delta = d\varphi$ und, da die

Gruppen auf bestimmte Jahreszeiten entfallen, so können auch die Polhöhenkurven einer Station bei solcher unrichtiger Verteilung des Schlußfehlers wesentlich beeinflußt werden. Wie Tabelle I lehrt, ist die Verschiedenheit der Schlußfehler sehr groß; sie schwanken auf den 6 Stationen des 39. Parallels in 9 Jahren zwischen den Extremen:

in Tschardjui 1905/6, Gruppe XII . . —0″672,
» Gaithersburg 1904/5, » VII . . +0·595.

Aus der Tageskurvenschar der Tafel III ergibt sich durch 24malige Verschiebung des Programms um je 1^h ein System von 24 Schlußfehlerreihen;[1] die Extreme in diesem sind

in Spalte 7^h, Gruppe 4 . . . . —0″965,
» » 18^h, » 4 . . . . +0·782.

Weiter sind nach Tabelle I die größten Änderungen des Schlußfehlers in einem Jahre bei Wiederkehr derselben Gruppe

in Tschardjui im Sinne 1906/7 —1905/6, Gruppe IX . . . —0″532,
» Gaithersburg » » 1905/6 —1904/5 » VII . . . —0.718,
» » » » 1904/5 —1903/4 » VII . . . +1·165.

Aus der genannten Kurvenschar ergeben sich folgende Extreme

in Spalte 18^h, Gruppe 4 . . . —1″053,
» » 6^h, » 4 . . . +0·902.

Eine gewisse Analogie ist auch hier nicht zu verkennen; der Vergleich wird wenig davon betroffen, daß, wie schon früher erwähnt, um 1906·0 ein Wechsel im Deklinationssystem stattfand.

An der Frage, wie dieser so veränderliche Schlußfehler zu verteilen sei, scheitert das übliche Reduktionsverfahren; eine definitive Reduktion ist erst angebbar, wenn die Ursache dieser Veränderlichkeit theoretisch und numerisch genügend festgelegt sein wird.

S c h ä t z u n g d e r K o e f f i z i e n t e n c. Die c sind Proportionalitätsfaktoren in den Formeln 24) bis 35) für hypothetische k o n s t a n t e Schwingungen; wären die c und die A bekannt, so könnten die Tageswerte der Stationspolhöhen von ihnen befreit werden; Danach blieben nur die langperiodischen Schwankungen übrig und erst dann wären die Voraussetzungen für das übliche Verfahren erfüllt, vorausgesetzt, daß die Konstanten der Reduktion auf den scheinbaren Ort richtig sind.

Sind veränderliche, etwa wie die Gezeiten des Meeres oszillierende Schwingungen vorhanden, so werden die durch Mittelbildung über längere Zeiträume erhaltenen Schwingungen im allgemeinen zu klein sein, demnach auch die aus den Mitteln berechneten c; es würden nach der Reduktion der Beobachtungen mit Hilfe solcher c noch systematische Reste bleiben.

Die direkten Beobachtungen reichen bisher nicht aus, um die c zu bestimmen; sie erstrecken sich über zu wenige Stunden des Tages. Auch die in Potsdam und in Dorpat erhaltenen Kurvenstücke genügen nicht, um zu entscheiden, ob ganz- oder halbtägige Schwingung vorliegt. In Dorpat ist letztere etwas wahrscheinlicher.

Auch die aus den Beobachtungen zur Breitenvariation abgeleiteten mehrjährigen Reihen der Schlußfehler und der $\Sigma\Delta\Phi$ reichen nicht aus. Für die $c_{\odot}$ könnte man die aus Tabelle 21 durch linearen Ausgleich der Σr gefundenen Größen x benützen, wenn man sie gemäß Formel 26) und 29) als durchschnittliche Schlußfehler ansieht; sie gelten für 1900 bis 1909, während im Ergänzungsheft 11, Tabelle 3, entsprechende Größen für 1900 bis 1906 abgeleitet sind. Eine Zusammenstellung dieser x gibt Tabelle 44; ihnen sind die x aus zweijährigen Beobachtungen auf den beiden Stationen des Südparallels sowie die entsprechende Größe aus der Potsdamer Reihe für 1894 bis 1900 zugefügt.

---

[1] Astronomische Nachrichten, Band 173, Nr. 4142, p. 223/4, Tabelle 63.

Tabelle 44.

	1900—1906	1900—1909	Änderung
Mizusawa	$-0\rlap{.}''08 \pm 0\rlap{.}''04$	$-0\rlap{.}''13 \pm 0\rlap{.}''01$	$-0\rlap{.}''05$
Tschardjui	$-0\cdot32 \pm 0\cdot02$	$-0\cdot37 \pm 0\cdot01$	$-0\cdot05$
Carloforte	$-0\cdot13 \pm 0\cdot03$	$-0\cdot26 \pm 0\cdot01$	$-0\cdot13$
Gaithersburg	$-0\cdot03 \pm 0\cdot03$	$-0\cdot07 \pm 0\cdot01$	$-0\cdot04$
Cincinnati	$-0\cdot15 \pm 0\cdot03$	$-0\cdot31 \pm 0\cdot01$	$-0\cdot16$
Ukiah	$-0\cdot27 \pm 0\cdot03$	$-0\cdot29 \pm 0\cdot01$	$-0\cdot02$
Bayswater	$-0\rlap{.}''04 \pm 0\rlap{.}''01$		
Oncativo	$+0\cdot16 \pm 0\cdot03$		
Potsdam	$+0\cdot17 \pm 0\cdot01$		

Die Größen x sind zu setzen

nach Formel 25 gleich . . . . $-6\cdot14 . c'_{\odot} . \cos (A'_{\odot} + 0\rlap{.}^{\circ}5)$,
» » 28 » . . . . $-11\cdot46 . c''_{\odot} . \cos (A''_{\odot} + 1\cdot0)$.

Da auch die A eingehen, so bleibt die Aufgabe unbestimmt. Wäre A nahe gleich 0, so erhielte man Werte für $c_{\odot}$ unterhalb $0\rlap{.}''1$; wäre A nahe gleich 90°, so müssen, um c nicht ∞ werden zu lassen, die Beobachtungen selbst als Schlußfehler 0 ergeben. Letzterer Fall kann eintreten, wenn die Epoche eines Extrems der täglichen Schwingung nahe mit dem Mittel der Tagesstunden zusammenfällt; dies trifft, wie oben gezeigt, nahe zu für die Potsdamer Reihe.

Auffällig ist das Verhalten der »Änderungen« in Tabelle 44. Die Größen x scheinen zwar eine Abhängigkeit von der geographischen Länge der Stationen zu haben, die im Ergänzungsheft 11 weiter verfolgt wurde. Ihre »Änderungen« zeigen aber, daß außerdem örtliche Beeinflussungen von der gleichen Größenordnung bestehen müssen, so daß die Berechtigung zur Interpolation nach der geographischen Länge eingeschränkt wird. Auf den beiden sonst als ruhig zu bezeichnenden Stationen Carloforte und Cincinnati hat sich x bei der Ausdehnung der Beobachtungsdauer von 6 auf 9 Jahre verdoppelt, auf den beiden sonst unruhigen Stationen Tschardjui und Gaithersburg hat sich x wenig geändert. Die absoluten Beträge sämtlicher x sind größer geworden.

Das Auftreten eines jährlichen Gliedes in den Tabellen 39 und 43, dessen Nullstellen mit denen des z-Gliedes nahe zusammenfallen, regt die Frage an, durch welche tägliche Schwingung das z-Glied erzeugt werden könne. Das jährliche Glied der genannten Tabellen ist infolge des Vor- und Zurückgehens der Tageszeit entstanden und dieses hängt eng mit der Ungleichheit der Anschlußdauer zusammen. Im Abschnitt C dieses Paragraphen wurde der Einfluß der ungleichen Anschlußdauer beim internationalen Programm auf die Stationspolhöhen untersucht; er wird unter der Annahme $A_{\odot} = 0$ bis auf einen Proportionalitätsfaktor c dargestellt durch die »Abendmittel« der Tabelle 30 zunächst nur für den Nordparallel. Die angeregte Frage läuft darauf hinaus, numerisch zu versuchen, ob sich das z-Glied durch die Form der Fehlergleichung

$$a + \text{A.-M.} \times c - z = v$$

darstellen läßt, wo a eine Konstante und A.-M. die genannten »Abendmittel« bedeuten; dabei beschränke ich mich darauf, den Versuch für einen doppelten Umlauf durchzuführen.

Die Ausgleichung wurde getrennt vorgenommen für Nord- und Südparallel. Ferner wurden beim Nordparallel die Zeiträume 1900—1906 und 1906—1912 getrennt ausgeglichen; die z des ersten Abschnittes stehen für die Jahreszehntel auf p. 226 des Bandes III der »Resultate...«, für den zweiten Zeitabschnitt habe ich nach p. 239 des Bandes IV sowie nach den Astronomischen Nachrichten,

Nr. 4414, 4504 und 4588 Mittel gebildet. Die Interpolation geschah in graphischen Darstellungen nach schlanken Kurven. Demnach sind für den Nordparallel zwei Reihen von Mitteln über je 6 Jahre und über 6 Stationen vorhanden; für den Südparallel stehen mir bisher nur die Ergebnisse zweier Jahre auf 2 Stationen zur Verfügung; sie finden sich, und zwar unmittelbar für die mittleren Epochen der Gruppenkombinationen, in Nr. 4287 der Astronomischen Nachrichten und in Band. IV, p. 275, und diese beiden voneinander abweichenden Reihen wurden getrennt ausgeglichen. Die für den Südparallel erforderlichen Größen A.-M. ergaben sich aus Tabelle 29 durch die gleiche Rechnung wie die A.-M. der Tabelle 30 für den Nordparallel.

Die Fehlergleichungen lauten:

Tabelle 45.

Gruppen-kombination	Jahres-bruch	Nord				Jahres-bruch	Süd			
			1900—06	1906—12				A.N. 4287	Bd. IV, p. 275	
I.II	·88	$a-·06\,c$	$-·40$	$-·34$	$= v_1$	·83	$a+·06\,c$	$-·58$	$-·22$	$= v_1$
II.III	·97	$a-·09\,c$	$-·45$	$-·31$	$= v_2$	·90	$a+·13\,c$	$-·45$	$·00$	$= v_2$
III.IV	·05	$a\ \ ·00\,c$	$-·37$	$-·24$	$= v_3$	·97	$a+·21\,c$	$-·39$	$-·01$	$= v_3$
IV.V	·12	$a+·13\,c$	$-·25$	$-·17$	$= v_4$	·06	$a+·21\,c$	$-·02$	$+·19$	$= v_4$
V.VI	·19	$a+·30\,c$	$-·10$	$-·09$	$= v_5$	·16	$a+·09\,c$	$+·44$	$+·53$	$= v_5$
VI.VII	·25	$a+·44\,c$	$+·10$	$·00$	$= v_6$	·25	$a-·09\,c$	$+·39$	$+·51$	$= v_6$
VII.VIII	·32	$a+·56\,c$	$+·27$	$+·12$	$= v_7$	·35	$a-·21\,c$	$+·55$	$+·29$	$= v_7$
VIII.IX	·40	$a+·63\,c$	$+·42$	$+·25$	$= v_8$	·43	$a-·24\,c$	$+·14$	$+·23$	$= v_8$
IX.X	·48	$a+·65\,c$	$+·46$	$+·27$	$= v_9$	·51	$a-·21\,c$	$+·22$	$+·28$	$= v_9$
X.XI	·57	$a+·60\,c$	$+·31$	$+·11$	$= v_{10}$	·60	$a-·15\,c$	$+·21$	$+·30$	$= v_{10}$
XI.XII	·67	$a+·44\,c$	$+·07$	$-·12$	$= v_{11}$	·67	$a-·09\,c$	$-·17$	$-·03$	$= v_{11}$
XII.I	·78	$a+·15\,c$	$-·18$	$-·29$	$= v_{12}$	·75	$a\ \ ·00\,c$	$-·26$	$-·12$	$= v_{12}$

Aus Zweckmäßigkeitsgründen ist $10\,z$ an Stelle von z angesetzt worden. Die Lösungen nebst mittleren Fehlern und Kontrollen sind:

	Nord		Süd	
	1900—1906	1906—1912	A. N. 4287	Bd. IV, p. 275
$a =$	$+0·3735$	$+0·2964$	$+0·0249$	$-0·1507$
	$\pm\ 225$	$\pm\ 334$	$\pm\ 945$	$\pm\ 691$
$c = c''_{\odot} =$	$-1·163$	$-0·733$	$+1·306$	$+0·488$
	$\pm\ 55$	$\pm\ 81$	$\pm\ 596$	$\pm\ 436$
$[vv] =$	0·0256	0·0563	1·0462	0·5595
$[nn.2] =$	$0·0255._5$	0·0562	1·0454	0·5593
$[nn] =$	1·1762	0·5667	1·5482	0·9463.

Die 4 Systeme der v sind nach Beseitigung des Faktors 10:

Tabelle 46.

Gruppen-kombination	Nord		Süd	
	1900—1906	1906—1912	A. N. 4287	Band IV, p. 275
I.II	+ ″004	″000	— ″048	— ″034
II.III	+ ·003	+ ·005	— ·026	— ·009
III.IV	·000	+ ·006	— ·009	— ·006
IV.V	— ·003	+ ·003	+ ·028	+ ·014
V.VI	— ·008	— ·001	+ ·058	+ ·042
VI.VII	— ·004	— ·003	+ ·030	+ ·032
VII.VIII	— ·001	+ ·001	+ ·030	+ ·004
VIII.IX	+ ·006	+ ·009	— ·015	— ·004
IX.X	+ ·008	+ ·009	— ·003	+ ·003
X.XI	— ·001	— ·003	+ ·004	+ ·008
XI.XII	— ·007	— ·015	— ·026	— ·023
XII.I	+ ·002	— ·010	— ·024	— ·027
$[v]$	+ ·023	+ ·033	+ ·150	+ ·103
	— ·024	— ·032	— ·151	— ·103

Die beiden Darstellungen für den Nordparallel sind als sehr gut zu bezeichnen im Vergleich mit anderweit ausgeführten Darstellungen nach sin ⊙ und cos ⊙. Nicht befriedigend sind die Darstellungen für den Südparallel; immerhin tritt bei beiden Ausgleichungen noch eine merkliche Verminderung der Quadratsummen $[n\,n]$ ein, wo n das absolute Glied einer der Fehlergleichungen bedeutet. Auch ist dabei zu bedenken, daß die Gewichte, nach der Anzahl der Jahre und im Sinne: Nord zu Süd genommen, sich wie 9 : 1 verhalten, abgesehen davon, daß beim Nordparallel die 6-Jahresperiode eliminiert ist; außerdem sind die z des Südparallels nicht wie die des Nordparallels aus schlanken Kurven entnommen, so daß bei ihnen eine Kompensation einzelner Abweichungen nicht zur Geltung kommt.

Die Endformeln für die c-Glieder sind:

Tabelle 47.

Nord ($\varphi = +39° \; 8'$)		Süd ($\varphi = -31° \; 55'$)	
1900—1906	$+\,''037 - ''116 . \sin 2\,t_\odot$	A N. 4287	$+\,''002 + ''130 . \sin 2\,t_\odot$
1906—1912	$+\,\cdot 030 - \cdot 073 . \sin 2\,t_\odot$	Bd. IV, p. 275	$-\,\cdot 015 + \cdot 049 . \sin 2\,t_\odot$
Mittel	$+\,\cdot 03 - \cdot 09 \; . \sin 2\,t_\odot$		$-\,\cdot 01 + \cdot 09 \; . \sin 2\,t_\odot$

Demnach würden sich 2 zum Äquator symmetrische Wellen ergeben; die numerische Größe eines $c''_\odot$ könnte man zu 0″1 veranschlagen. Indessen ist hier die dem z-Gliede anhaftende Ungewißheit zu beachten.

Dieselbe Art der Ausgleichung ließe sich mit Hilfe der zugehörigen Zahlenkoeffizienten A.-M. der Tabelle 30 für $c'_\odot$ durchführen; diese Koeffizienten A.-M. zeigen einen ganz ähnlichen Verlauf und, da sie kleiner sind wie diejenigen für $c''_\odot$, so würden sich für die $c'_\odot$ größere numerische Werte als für die $c''_\odot$ ergeben.

Die Herren Albrecht[1] und Kimura[2] haben eine Differenz der Phasen zwischen den z-Gliedern der beiden Parallele behandelt. Eine solche kann beim Bestehen von Tagesschwingungen mit einer

[1] Astronomische Nachrichten, Band 179, Nr. 4287.

[2] New Study..., sowie Astronomische Nachrichten, Band 181, Nr. 4344, p. 399.

Verschiedenheit der Programme zusammenhängen; es werden nämlich Gruppen gleicher Rektaszension im Mittel an folgenden Tagen beobachtet:

Tabelle 48.

Gruppen-kombination	Mittlere Rektaszension	Nord	Süd	Differenz (N—S)
III.IV	6^h	Jän. 18	Dez. 22	+27 Tage
IV.V	8	Febr. 12	Jän. 22	+21
V.VI	10	März 10	Febr. 27	+11
VI.VII	12	April 3	April 3	0
VII.VIII	14	— 29	Mai 9	—10
VIII.IX	16	Mai 26	Juni 8	—13
IX.X	18	Juni 25	Juli 7	—12
X.XI	20	Juli 27	Aug. 6	—10
XI.XII	22	Sept. 2	Sept. 2	0
XII.I	0	Okt. 12	Okt. 1	+11
I.II	2	Nov. 20	Nov. 1	+19
II.III	4	Dez. 22	— 26	+26

Demnach ist in der Tageszeit eine systematische Verschiedenheit von fast 2^h vorhanden.

In bezug auf die Koeffizienten $c_☾$ ist man nach den Abschnitten A und B dieses Paragraphen angewiesen auf die rein periodischen Schwankungen in den Schlußfehlern; deren größte Halbamplituden sind gemäß Tafel II für die 6 Stationen

Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukioh
$0\rlap{.}^{\prime\prime}4$	$0\rlap{.}^{\prime\prime}3$	$0\rlap{.}^{\prime\prime}3$	$0\rlap{.}^{\prime\prime}6$	$0\rlap{.}^{\prime\prime}3$	$0\rlap{.}^{\prime\prime}3$.

Einen gewissen Anteil hieran wird noch die jährliche Periodizität haben, er wird $0\rlap{.}^{\prime\prime}1$ betragen können.

Vergleicht man diese Halbamplituden unmittelbar mit dem Koeffizienten 0·494 und 0·364 in den Formeln 31) und 34) für die $c_☾$, so scheinen sich für diese zunächst große Werte zu ergeben, selbst wenn man für die dortigen trigonometrischen Faktoren ihr Maximum 1 einsetzt. Man könnte hier anführen, daß auch bei den Meeresgezeiten der Einfluß des Mondes mehr als das doppelte von dem der Sonne beträgt[1]; auch ist noch folgendes zu bedenken. Die beiden Koeffizienten $c'_☾$ und $c''_☾$ beziehen sich auf Tagesschwingungen; schon oben ist erwähnt worden, daß im Ergänzungsheft 11 auf p. 5/6 sowie in den Astronomischen Nachrichten 4142, p. 215 bis 218, eine Schwankung von 14tägiger Dauer nachgewiesen ist. Nach dem, was im § 3 über einen Rhythmus zwischen Beobachtungsprogramm und Mondumlauf gesagt wurde (siehe Tabellen 12, 13, 14), wäre auch Rücksicht auf das Bestehen einer monatlichen Schwankung zu nehmen. Somit würden sich die Amplituden der Schwankungen in den Schlußfehlern aus den c von vier (nach Abzug der jährlichen) Einzelschwankungen zusammensetzen. Mit den Anfangsphasen A und einem konstanten Anfangsgliede wären 9 Unbekannte für jede Station durch eine geeignete Ausgleichung zu bestimmen und in entsprechender Weise wäre der Einfluß der Sonne zu behandeln. Diese beträchtliche Arbeit scheint mir immerhin einige Aufklärung zu versprechen; ein 19-Jahreszyklus wäre dazu allerdings wünschenswert. Eine erschöpfende Lösung der Polhöhenfrage ist indessen hiervon nicht zu erwarten, da man für die c und die A nur Durchschnittswerte erhielte. Als bester Weg erscheint direkte Beobachtung; nur dadurch kann mit Sicherheit entschieden werden, ob Tagesschwingungen die Polhöhenbestimmungen beeinflussen oder nicht.

[1] Siehe unter anderem van der Stok, a. a. O., p. 237; das Verhältnis wird hier zu 1 : 0·449 angenommen.

§ 5.
Zusammenfassung, Betrachtungen über physische Ursachen, Vorschläge zu weiteren Beobachtungsreihen.

Die Ergebnisse der bisherigen Untersuchungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen.

Nach § 2.

1. Die durchschnittliche Dauer der in den Beobachtungen der Breitenvariation auftretenden 6-Jahresperiode fällt mit der aus Knoten- und Apsidenumlauf der Mondbahn kombinierten Periode so nahe zusammen, als die Genauigkeit der Bestimmung es zuläßt; es besteht die Gleichung

$$\frac{1}{\text{Knotenumlauf}}+\frac{1}{\text{Apsidenumlauf}}=\frac{1}{\text{6-Jahresperiode}};$$

die 3 Dauern können in mittlerer oder in Sternzeit angesetzt werden.

2. Aus graphischen und numerischen Darstellungen des Radiusvektors der »Polbahn« für die 22 Jahre 1890 bis 1912 lassen sich Perioden erkennen, die gegenüber den bekannten Mondperioden von 18·6, 8·9 und 6·0 Jahren eine durchschnittliche Verlängerung um $\frac{1}{20}$ zeigen.

Für die 4 Maxima ergaben sich 3, für die 3 Minima 2 Werte für die 6-Jahresperiode; der Zeit nach geordnet, zeigen diese 5 Werte einen deutlichen Gang.

3. Die Reihe der 22 Jahresmittel des Radiusvektors läßt sich durch die Mondargumente ☊, p und ☊$-p$ mit einem mittleren Fehler von $\pm 0^{r}03$ durch eine einzige Formel darstellen; sie lautet:

$$\begin{array}{llll}
\text{Radiusvektor gleich} & +0^{r}161 & +0^{r}038.\sin ☊ & +0^{r}004.\cos ☊ \\
 & \pm\quad 7 & \pm\quad 10 & \pm\quad 10 \\
 & & +0^{r}069.\sin(☊-p) & +0^{r}031.\cos(☊-p) \\
 & & \pm\quad 10 & \pm\quad 10
\end{array}$$

4. Berücksichtigt man die Periodenverlängerungen um $\frac{1}{20}$ auf numerische Weise, indem man die Argumentdifferenzen gegen 1900·45 entsprechend verkürzt, so läßt sich dieselbe Reihe darstellen mit einem mittleren Fehler von $\pm 0^{r}023$ durch die Interpolationsformel:

$$\begin{array}{llll}
\text{Radiusvektor gleich} & +0^{r}163 & +0^{r}043\ \sin ☊' & +0^{r}008\ \cos ☊' \\
 & \pm\quad 5 & \pm\quad 7 & \pm\quad 7 \\
 & & +0^{r}070\ \sin(☊-p') & +0^{r}036.\cos(☊'-p') \\
 & & \pm\quad 7 & \pm\quad 7 \\
 & & -0^{r}001.\sin p' & +0^{r}023.\cos p'. \\
 & & \pm\quad 7 & \pm\quad 7
\end{array}$$

Der Anschluß ließe sich leicht noch weiter vervollkommnen.

5. Die 221 Unterschiede zwischen den für die Jahreszehntel geltenden Werten des Radiusvektors und der Kurve der sukzessiven Jahresmittel zeigen während der Zeit der Kooperation der Sternwarten 1890 bis 1900 ein wesentlich anderes Verhalten als seit der Beobachtung auf dem 39. Parallel. Der Unterschied

ist wahrscheinlich örtlichen Einflüssen zuzuschreiben, in zweiter Linie Fehlern in den Sterndeklinationen. Die Unterschiede erreichen 0"1.

6. Hiernach stellt die seither als »Polbahn« aufgefaßte Kurve keine einheitliche Erscheinung dar, die lediglich als eine Folge einer Bewegung der Rotationsachse der Erde anzusehen wäre. Die Bewegung in dieser Kurve läßt sich in 3 Gruppen zerlegen; es sind dies

a) ein Kreis von $\frac{1}{6}$ Bogensekunde Radius, der in 438 mittleren Tagen durchlaufen wird. Diese nahe mit der Chandler'schen zusammenfallende Periode scheint unverlängert aufzutreten;

b) die 6 periodischen Glieder; sie sind aus 3 Gründen verdächtig:

1. wegen der Verlängerungen ihrer Perioden,
2. wegen ihrer Rückwirkung auf die Bestimmung der Nutationskonstanten,
3. weil an ihrer Entstehung möglicherweise örtliche Einflüsse beteiligt sind, deren Rhythmus durch Sonne und Mond bedingt wird;

c) die wahrscheinlich von örtlichen Einflüssen herrührenden Unterschiede zwischen den Werten des Radiusvektors für die Jahreszehntel und der Kurve der Jahresmittel.

Nach § 3.

7. Unter Annahme einer konstanten Sinusschwingung von der ungefähren Dauer eines Tages lassen sich, mit Rücksicht auf die Operationen, die das Beobachtungsprogramm und das übliche Reduktionsverfahren erfordert, Formeln für die Einflüsse einer solchen Schwingung auf Abendmittel, Schlußfehler und die Größen $\Sigma\Delta\Phi$ ableiten. Aus ihnen folgt, daß beim Bestehen kurzperiodischer Schwingungen scheinbare Verlängerungen der Perioden gewisser Schwebungen auftreten können, und dies infolge des Gruppenwechsels, also einer mit der Kettenmethode verbundenen Programmeigentümlichkeit.

8. Eine durch Resonanz verstärkte Wirkung solcher Schwingungen tritt bei dem bestehenden Programm ein für die mittlere Bewegung der Sonne, nahezu auch für die des Mondes.

9. Auf Grund der gleichen Annahme wird aus gewissen Interferenzbetrachtungen die Beziehung abgeleitet:

$$\frac{1}{\text{Jahr}} \text{ sehr nahe gleich } \frac{1}{\text{6-Jahresperiode}} + \frac{1}{14^1/_2\text{-Monatsperiode}}$$

$$\text{oder sehr nahe gleich } \underbrace{\frac{1}{\text{Knotenumlauf}} + \frac{1}{\text{Apsidenumlauf}}} + \frac{1}{14^1/_2\text{-Monatsperiode}}.$$

Im besonderen folgt numerisch unmittelbar aus jenen Betrachtungen:

$$\frac{1}{365\cdot 2422} = \frac{1}{6816\cdot 9487} + \frac{1}{3240\cdot 3137} + \frac{1}{14^1/_2\text{-Monatsperiode}}\cdot\frac{366\cdot 2422}{365\cdot 2422}.$$

Hieraus ergibt sich für die $14^1/_2$-Monatsperiode die Dauer: 438·1 mittlere Tage gleich 439·3 Sterntagen; die Übereinstimmung mit den besten auf verschiedenen Wegen erhaltenen Werten für die Chandler'sche Periode ist mit Rücksicht auf deren Beobachtungsungenauigkeit gut.

10. Bei dem durch diese Formeln festgelegten Zusammenhang zwischen der 6-Jahresperiode und der $14^1/_2$-Monatsperiode kommt der nach 2. gefundene Gang bei ersterer Periode in Übereinstimmung mit der von Herrn Kimura gefundenen Veränderlichkeit der Chandler'schen Periode.

Nach § 4.

11. Setzt man in die unter 7. genannten Formeln die mittleren Bewegungen der Sonne und des Mondes ein, dann lassen sich die Größen $\Sigma\Delta\Phi$ der Hauptsache nach auf die Schlußfehler zurückführen, siehe Tafel III.

12. Aus der 4-Gruppenreihe der Herren Kimura und Nakano in den Jahren 1903/04, einer Polhöhenreihe des Herrn Schönberg in Dorpat in den Jahren 1908/09 sowie der Reihe der Herren Schnauder und Hecker in Potsdam in den 6 Jahren 1894 bis 1900 ergeben sich Erscheinungen, die sich nach Art und Größe auf kurzperiodische Beeinflussung der Stationspolhöhen zurückführen lassen. Aus den beiden letztgenannten Reihen folgen umgekehrt Stücke von Tageskurven der Polhöhe, die analoge Erscheinungen abzuleiten erlauben.

13. Für die Halbamplitude einer täglichen Sonnenwelle dürfte ein Betrag von 0"1 anzusetzen sein, während für eine Mondwelle ein größerer Betrag folgen würde.

14. In bezug auf Bedeutung, Verlauf und numerischen Betrag des z-Gliedes nach den vorstehenden wie nach anderweiten Untersuchungen bestehen viele Zweifel;[1] es ist wahrscheinlich, daß es keine einheitliche Erscheinung darstellt, sondern zu einem guten Teile nur ein rechnerisches Relictum ist.

Im Anschlusse hieran möchte ich, einer während vieler Untersuchungen gewonnenen Überzeugung folgend, hinzufügen:

Infolge gewisser äußerer Umstände, wie

Fehler in gewissen Konstanten,
systematische Deklinationsfehler,
Eigenheiten des Beobachtungsprogrammes,
Temperaturverlauf,
Reduktionsverfahren,

können in den Stationspolhöhen scheinbare jährliche Periodizitäten in solchem Betrage entstehen, daß eine reelle jährliche Schwankung, falls eine solche vorhanden ist, entstellt oder verdeckt wird. Namentlich ist es mißlich, wenn durch solche Umstände betroffene Konstanten erst aus einem Teile der Beobachtungen zur Polhöhenschwankung errechnet und danach wieder zur Reduktion der letzteren verwendet werden; dies betrifft die Aberrationskonstante und die Deklinationsverbesserungen.

Mit den in den §§ 2 bis 4 gegebenen ist die Reihe der sich bietenden Untersuchungen nicht abgeschlossen; auf eine Reihe mir vorliegender Themen hoffe ich später eingehen zu können. Mehrere unabweisbare, zu große Eigenheiten sind noch nicht erklärt und es fehlt der Nachweis, daß die Rechenoperationen, die zu den bisherigen Ergebnissen über Breitenvariation führten, sich mit der Ursache der Eigenheiten vertragen.

Dies schließt eine Darstellbarkeit der Kurven der Stationspolhöhen, also Punktfolgen, nicht aus und diese Punktfolgen gelten, einem bewährten Grundsatze der Erfahrung gemäß, für Ort und Zeit der Beobachtung, also punktweise. Die Anwendung der Interpolationsformel $x \cos \lambda + y \sin \lambda$ zur Reduktion von Polhöhenbeobachtungen sowie die sich anschließende Reduktion von Azimut- und Längenbeobachtungen unterliegt hiernach gewissen Einschränkungen; nicht für jeden anderen Ort und für jede andere Tageszeit braucht eine Besserung, im Sinne einer Reduktion auf eine mittlere Polhöhe, einzutreten. Demnach ist zu raten, wenigstens immer nebeneinander aufzuführen: die sogenannte »Reduktion auf den mittleren Pol«, das reduzierte und das unreduzierte Endergebnis.

Hierüber kann die Tageskurvenschar der Tafel III eine ungefähre Vorstellung geben, wenn man die zu einem einzelnen Sterne gehörige Punktfolge in ihrem Verhältnisse zu der Tageskurve betrachtet; um solche Folgen leichter übersehen zu können, sind bei zwei recht verschiedenen Kurven, nämlich bei β Cassiopejae und bei υ Ursae majoris die Buchstaben β und υ zugesetzt worden.

Man beachte, daß eine durch eine solche Punktfolge gelegte langperiodische Kurve jede Tageskurve ein zweites Mal schneidet. Beobachtete man zu der zum zweiten Schnittpunkte gehörenden Sternzeit, so erhielte man ein zweites Programm für die gleiche Kurve; bei zwei Umläufen könnten sich vier

[1] Vgl. auch Rudzki, a. a. O., p. 141, sowie mehrere Aufsätze der Herren Frank und Bonsdorff in den Bänden 193 und 194 der Astronomischen Nachrichten.

Schnittpunkte ergeben. Mithin können beim Bestehen solcher kurzperiodischer Schwingungen trotz Verschiedenheit der Programme doch gleiche oder wenig voneinander abweichende Schwankungen erhalten werden.

Es scheint in der Frage der Breitenvariation die Zeit noch nicht gekommen zu sein, wo man sich mit der Feststellung einiger Übereinstimmungen begnügen darf; eher müssen Widersprüche und unerklärte Fluktuationen weiter verfolgt werden, um soviel charakteristische Eigenschaften dieser Fluktuationen als möglich kennen zu lernen.

Jede nach der Kettenmethode beobachtete Reihe sollte in bezug auf das Verhalten der Schlußfehler und der $\Sigma\Delta\Phi$ geprüft werden. Ein einzelnes Jahr oder eines dieser beiden Kriterien ist dabei nicht maßgebend; so liegen zum Beispiel nach Tabelle I in Cincinnati die Schlußfehler von Gruppe V, 1906/07, bis Gruppe II, 1907/08, also während $1^3/_4$ Jahr, zwischen $-0\rlap{.}''358$ und $-0\rlap{.}''453$, das Mittel $-0\rlap{.}''404$ hat den sehr kleinen mittleren Fehler $\pm 0\rlap{.}''005$, die größte Abweichung ist kleiner als $0\rlap{.}''05$. Als Verbesserung der Aberrationskonstanten würde sich ein Betrag von $+0\rlap{.}''1 \pm 0\rlap{.}''001$ ergeben. Während derselben Zeit nehmen die Σ ab um $0\rlap{.}''5$, die Σ_r nach Tabelle 20 um $0\rlap{.}''6$. Die Wichtigkeit dieser Kontrollen steht auf gleicher Stufe wie bei einer Triangulation diejenige durch die Dreiecksschlußfehler, durch die absoluten Glieder der Seitengleichungen und der Laplace'schen Gleichungen.

An solchen Widersprüchen und Erscheinungen, wie sie in den Tafeln I und II und in den Tabellen I, II, sowie 4, 5, 18, 27, 34 und 37 zahlenmäßig und graphisch festgelegt und wie sie schon zum Teil im Ergänzungsheft 11 enthalten sind, kann eine definitive Diskussion des Beobachtungsmaterials zur Breitenvariation nicht vorübergehen und eine Theorie der Polhöhenschwankung steht oder fällt, je nachdem sie diese Erscheinungen erklärt oder nicht.

Es sind von verschiedenen Seiten Versuche gemacht worden, die Breitenvariation mit anderen physischen Erscheinungen in Verbindung zu bringen; beispielsweise hat Herr Halm[1] Beziehungen zu den Perioden der erdmagnetischen Kräfte und der Sonnenflecken angegeben. Um Gesichtspunkte für Erweiterungen der Beobachtungsprogramme zu gewinnen, habe ich ebenfalls zwei Annahmen über physische Ursachen weiter verfolgt.

In den Schlußfehlerreihen bemerkte ich wechselnde Unruhe oder Veränderlichkeit; um einen numerischen Vergleich mit der Erdbebenhäufigkeit[2] möglich zu machen, wählte ich als ein Maß für die Veränderlichkeit der Schlußfehler willkürlich die Differenz je zweier aufeinanderfolgenden Gruppenwerte. Diese Differenzen wurden nach ihrer Größe in Abschnitte von $0\rlap{.}''05$ zu $0\rlap{.}''05$ eingeteilt, und nach Sterngruppen (zugleich also nach der Jahreszeit), nach Jahren und nach Stationen abgezählt.

Die Anordnung nach der Jahreszeit zeigt deutlich, daß die Schlußfehlersprünge in den Monaten Dezember bis April um etwa 50% größer sind als in den Monaten Mai bis November (siehe Tabelle 49, p. 76 [392]).

Nach Herrn Trabert[3] erscheint »fast überall der Winter besonders reich an Beben, der Sommer relativ arm«.

Eine Gegenüberstellung von Jahresdurchschnitten und Anzahlen der Weltbeben nach 2 Forschern ergab folgendes (siehe Tabelle 50, p. 76 [392]):

---

[1] On a peculiar connection between the periodic changes of Solar activity and the Earth's motion; Astronomische Nachrichten, Bd. 151, Nr. 3619, p. 309, und

Latitude Variation, Earth Magnetisum and Solar Activity, Band 153, Nr. 3649, p. 1.

[2] Nach Trabert: Lehrbuch der kosmischen Physik, Leipzig und Berlin 1911, p. 345 u. f.

[3] Ebenda, p. 346.

Tabelle 49.

Gruppen-kombination	Mittlere Epoche		Durchschnittliche Differenzen der Schlußfehler	
III·II	Dez.	21	0ʺ054	
IV·III	Jän.	18	·056	ʺ055 Winter
V·IV	Febr.	12	·055	
VI·V	März	12	·047	
VII·VI	April	3	·047	·051 Frühling
VIII·VII	—	29	·059	
IX·VIII	Mai	26	·043	
X·IX	Juni	24	·036	·038 Sommer
XI·X	Juli	27	·036	
XII·XI	Sept.	3	·036	
I·XII	Okt.	16	·031	·034 Herbst
II·I	Nov.	19	·035	

Tabelle 50.

	Anzahl der Weltbeben nach		Durchschnittliche Differenz der Schlußfehler
	Milne	Cancani	
1895	9		
6	18		
7	44—47		
8	30		
9	61	27	
1900	36	17	
1	45	22	0ʺ043
2	**63**	**29**	·**050**
3	54		·041
4	28		·047
5	46		·**049**
6	**66**		·047
7	52		·043
8			·036

Im Jahre 1902 scheinen die Maxima in der Zahl der Beben mit denen der Schlußfehlerdifferenzen zusammenzufallen; die beiden Jahre 1906 und 1907 sind namentlich durch besonders große Erdbeben ausgezeichnet, eine weitere Ausdehnung dieser Zahlenreihen wäre sehr wünschenswert. Einen Zusammenhang zwischen Polhöhenschwankung und Erdbeben vermutete schon Milne;[1] zieht man in Betracht, daß nach den Hecker'schen Messungen im Potsdamer Brunnen Neigungsänderungen der Erdscholle vorhanden sind, deren Verlauf mit Sicherheit durch Sonne und Mond bedingt ist, so entsteht die Vermutung, daß auch jene Mißstimmigkeiten mit Bodenbewegungen in Verbindung zu bringen sind. Während aber jene

[1] Ebenda, p. 345.

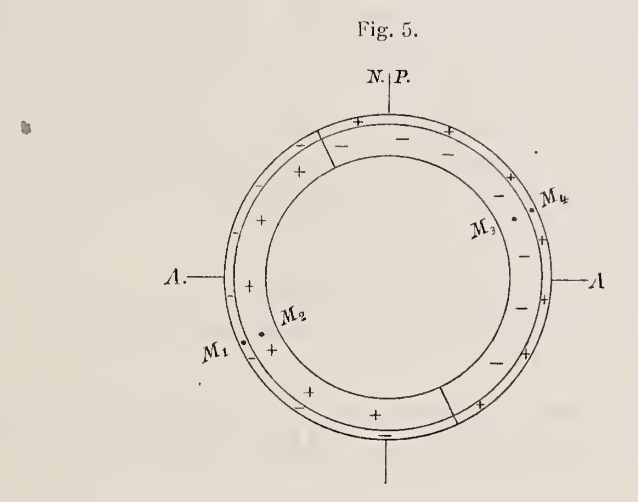
Neigungsänderungen nur eine Anzahl von 0ʺ001 betragen, werden hier Richtungsänderungen von der Größe 0ʺ1 verlangt, denen an der Erdoberfläche Verschiebungen von einigen Metern entsprechen würden.

Für die beiden Nachbarstationen Gaithersburg und Cincinnati würde dies Azimutveränderungen von rund 1ʺ bedingen, bei einem Abstande von rund 600 *km* kein auffälliger Betrag.

Auf gewisse Mißstimmigkeiten bei Azimutmessungen und in Dreiecksnetzen[1] sei hier nur hingewiesen, sie sind neuerdings durch Lateralrefraktion zu erklären versucht worden. Ferner werden in der neueren Literatur gewisse Erscheinungen in der Bodenbewegung in Verbindung gebracht mit der Brandung des Meeres; möglicherweise liegen hier koordinierte, gleichzeitige Gezeitenerscheinungen vor.

Wenn man den neueren Vorstellungen[2] über die vertikale Verteilung der Massen im Sinne Pratt's folgen will, wonach die kompensierten Massen auf einer Ausgleichsfläche in 120 *km* durchschnittlicher Tiefe schwimmen, so kann man auch einen systematischen Zusammenhang zwischen den Bewegungen verschiedener Stationen einigermaßen begründen, und zwar mit Hilfe des Gegensatzes zwischen der Land- und der Wasserhalbkugel. Von einer durchschnittlichen Meerestiefe von einigen Kilometern ausgehend, möge die Landhalbkugel derartig idealisiert werden, daß eine obere Kugelschale gleicher Dicke mit der mittleren Dichtigkeit 2·8 und eine untere, 110 bis 120 *km* dicke Schale mit der entsprechenden[3] kompensierenden Dichtigkeit entstehen, während auf der Wasserhalbkugel das Umgekehrte stattfindet.

Fig. 5.



Um die Wirkung der Abplattung auf die Bewegung der Erdachse zu demonstrieren, wird bekanntlich die Vorstellung einer Äquatorwulst benutzt. Denkt man sich die Massen dieser 4 halbkugeligen Schalen in deren Mitten M_1, M_2, M_3, M_4 zusammengeschoben, so ist zwar Kompensation der Massen in der Richtung auf den Erdmittelpunkt, nicht aber in bezug auf äußere Kräfte vorhanden; nach einer überschläglichen Rechnung sind die betreffenden Massen von der Größenordnung: $\frac{1}{50}$ der Mondmasse. Es wäre interessant zu erfahren, ob hierdurch meßbare Einflüsse in den Bewegungen der Erde und des Mondes entstehen können; auf einen Zusammenhang zwischen Polhöhenschwankung und gewissen systematischen Abweichungen in der Schiefe der Ekliptik hat Herr Halm aufmerksam gemacht.[4]

---

[1] Jahresbericht des Direktors des Königl. Geodätischen Institutes, April 1911 bis 1912, Neue Folge der Veröffentlichungen Nr. 56, p. 6 und 31 bis 33.

[2] Zu vergleichen mehrere Abhandlungen über »Isostasie«, verfaßt von den Herren Hayford und Bowie von der unter der Leitung des Herrn Tittmann stehenden Coast and Geodetic Survey der Vereinigten Staaten von Nordamerika. — Desgleichen mehrere Abhandlungen des Herrn Helmert über denselben Gegenstand in den Sitzungsberichten der Königl. preuß. Akad. d. Wiss. aus den Jahren 1908/09/11/12.

[3] The effect of topography and isostatic compensation upon the intensity of gravity, by John Hayford and William Bowie. Coast and Geodetic Survey, Geodesy, Special Publication, Nr. 10; Washington 1912, p. 6 bis 12.

[4] Astr. Nachr., Bd. 151, Nr. 3619, p. 320; siehe auch die Bemerkungen des Herrn Biske über die Schiefe der Ekliptik, a. a. O. Astr. Nachr., Bd. 175, p. 100.

Eine andere, sehr häufig vorgeschobene Ursache von Mißstimmigkeiten in den Beobachtungen zur Breitenvariation ist anomale Refraktion, teils im Beobachtungsraum, teils in dessen nächster Umgebung, teils in der Atmosphäre und endlich im Weltenraume. Von verschiedenen Autoren[1] ist diese Frage eingehender behandelt worden; es ergibt sich indessen hauptsächlich nur jährliche Periodizität.

Durch gesetzmäßige Veränderlichkeit mit Tagesperiode können scheinbare Schlußfehler und Beiträge zu den $\Sigma\Delta\Phi$ entstehen.

Herr E. Herrmann hatte die Güte, mir Mitteilung darüber zu machen, wie nach seinen neuesten Analysen der Mond den Luftdruck beeinfluße; sie erstrecken sich über mehrere Dezennien und zeigen den Einfluß deutlich aus dem zeitlichen Verlauf der Koeffizienten von trigonometrischen Reihen, durch die der Luftdruck dargestellt wird. In das Arbeitsprogramm des internationalen Breitendienstes sind umsichtigerweise schon vom Beginn an in jede Gruppe neben 6 Polhöhensternen auch je 2 Refraktionssterne in 60° Zenitdistanz mit aufgenommen und während der 6jährigen Periode 1900 bis 1906 beobachtet worden. Bei der Diskussion eines Teiles dieser Parallelbeobachtungen, und zwar nur derjenigen aus den Jahren 1902, 1903 und 1904, durch die Herren Albrecht und Wanach wird auf mehrfache Weise untersucht, ob systematische Unterschiede vorhanden sind, die auf Refraktionsstörungen zurückzuführen wären. Die Ergebnisse der dort angewandten Verfahren fallen indessen durchweg negativ aus. Nach einer Gegenüberstellung von Abendmitteln der Polhöhen aus Zenit- und Refraktionssternen gegen den Verlauf der ausgleichenden Kurve wird in Band II der »Resultate...«, p. 190 gesagt: »daß gar keine Aussicht besteht, aus den Refraktionspaaren in 60° Zenitdistanz Aufschlüsse über die Refraktionsstörungen erhalten zu können, die sich in kleinen Zenitdistanzen geltend machen.« Auch die auf p. 186 bis 188 stehenden $\Delta\Phi$ für Polhöhensterne und für Refraktionssterne sowie ihre Differenzen scheinen, der dortigen Diskussion nach, keine Refraktionsstörung anzuzeigen und dem Ausfalle dieser Rechnungen gemäß wurde die Beobachtung der Refraktionspaare von 1906·0 an eingestellt.

Wenn man aber, gemäß dem im Ergänzungsheft 11 veröffentlichten Verfahren, diese eben genannten $\Delta\Phi$ aufsummiert, so erhält man folgende gleichzeitigen $\Sigma\Delta\Phi$ (siehe Tabelle 51).

Demnach bestehen zwischen diesen zu gleicher Zeit, auch gleicher Tageszeit, am gleichen Ort, mit demselben Instrument und vom selben Beobachter erhaltenen Reihen folgende Unterschiede (siehe Tabelle 52).

Die etwas größere, innere Beobachtungsungenauigkeit der Refraktionssterne verhindert nicht, zu erkennen, daß hier doch Gesetzmäßigkeit und eine wesentliche Verschiedenheit besteht. Während die $\Sigma\Delta\Phi$ der Zenitsterne nach Tabelle II auf sämtlichen 6 Stationen absteigen, ergaben sich für die Refraktionssterne in Tschardjui und in Ukiah nach Tabelle 51 Anstiege. Die beiden Küstenstationen, namentlich Carloforte, zeichnen sich durch Kleinheit der Unterschiede aus, siehe Tabelle 52; diese Bemerkung ist sehr wichtig für die Auswahl der Stationen. Nach den beiden letzten Tabellen muß man annehmen, daß eines der Medien, die der Lichtstrahl zu passieren hat, Gezeitenerscheinungen zeigt und die Lichtstrahlen in verschiedenen Zenitdistanzen verschieden beeinflußt. Es erscheint notwendig, die bezüglichen Beobachtungen, Rechnungen und Darstellungen zu vervollständigen. Eine Übereinstimmung zwischen den nach dem üblichen Reduktionsverfahren berechneten Polhöhenschwankungen aus Zenitsternen und Refraktionssternen allein würde nicht befriedigen, wenn nicht gleichzeitig die in den Schlußfehlern, $\Sigma\Delta\Phi$ usw. enthaltenen Widersprüche beseitigt werden. Ausserdem ergibt sich die Möglichkeit, daß die Ergebnisse verschiedener Zenitdistanzmethoden, bei scheinbarer Übereinstimmung, in gleicher Weise entstellt sein können.

---

[1] Teils praktische, teils theoretische Betrachtungen sind angestellt worden von den Herren Nyrén, Küstner, Bakhuyzen, Dom Lamey, Herz, Schumann, Schnauder, Courvoisier, Shinjo; siehe die Astr. Nachr., die Comptes rendus der Pariser Akademie u. a.

Tabelle 51.

1902 — 1904	Mizusawa		Tschardjui		Carloforte		Gaithersburg		Cincinnati		Ukiah	
	Polh.	Refr.	Polh.	Refr.	Polh.	Refr.	Polh.	Refr.	Polh.	Refr.	Polh.	Refr.
III	″00	″00	″00	″00	″00	″00	″00	″00	″00	″00	″00	″00
IV	—·06	—·44	+·04	+·02	—·06	—·08	+·09	+·11	+·10	+·30	+ ·01	+·07
V	—·04	—·60	—·06	—·06	—·11	—·05	+·09	—·01	+·18	+·30	— ·10	+·14
VI	—·06	—·52	—·16	—·17	—·09	—·06	+·17	+·04	+·12	+·39	— ·16	+·20
VII	—·17	—·52	—·15	—·13	—·04	—·02	+·15	—·02	—·01	+·47	— ·14	+·08
VIII	—·20	—·20	—·17	—·11	·00	+·06	+·12	—·04	—·10	+·28	— ·25	+·22
IX	—·21	—·29	—·08	—·08	+·04	+·11	+·09	+·03	—·14	+·28	— ·38	+·20
X	—·18	—·34	·00	—·02	+·06	+·15	+·04	—·22	—·27	+·20	— ·45	+·12
XI	—·01	—·46	+·01	+·09	+·05	+·15	—·09	—·32	—·28	+·10	— ·51	+·06
XII	+·12	—·34	+·06	+·09	—·01	—·05	—·20	—·44	—·33	+·06	— ·48	+·23
I	+·18	—·27	+·01	+·14	—·11	—·14	—·17	—·34	—·33	+·11	— ·49	+·36
II	+·21	—·19	—·05	+·12	—·26	—·23	—·21	—·20	—·18	+·12	— ·45	+·37
III	+·17	—·24	—·21	+·15	—·36	—·30	—·20	—·04	—·18	+·18	— ·41	+·49
IV	+·19	—·21	—·33	·00	—·41	—·32	—·15	+·01	—·12	+·20	— ·34	+·45
V	+·08	—·08	—·45	—·06	—·39	—·35	—·06	+·09	—·10	+·32	— ·35	+·42
VI	+·04	—·24	—·41	·00	—·40	—·28	—·02	+·20	—·07	+·31	— ·44	+·42
VII	—·04	—·25	—·53	+·09	—·36	—·22	—·01	+·39	—·03	+·44	— ·50	+·47
VIII	—·17	—·09	—·59	+·14	—·32	—·10	—·05	+·26	—·08	+·42	— ·60	+·52
IX	—·25	—·06	—·59	+·11	—·27	—·09	—·12	+·25	—·08	+·23	— ·67	+·41
X	—·28	—·25	—·59	+·23	—·17	—·05	—·20	+·36	—·13	+·09	— ·79	+·47
XI	—·27	—·22	—·49	+·39	—·08	+·02	—·28	+·09	—·21	+·08	— ·91	+·40
XII	—·16	—·02	—·38	+·42	—·09	+·01	—·42	—·04	—·36	—·09	— ·99	+·32
I	—·06	+·20	—·31	+·44	—·12	—·07	—·51	—·06	—·47	—·14	— ·97	+·37
II	+·02	+·08	—·41	+·45	—·24	—·08	—·57	—·10	—·53	—·05	— ·97	+·40
III	+·05	+·32	—·61	+·26	—·39	—·37	—·56	·00	—·57	—·27	—1·00	+·55
IV	+·02	+·05	—·72	+·23	—·49	—·45	—·64	+·02	—·59	—·09	— ·90	+·44
V	—·01	—·01	—·90	+·02	·57	—·63	—·64	+·21	—·66	—·37	— ·88	+·53
VI	—·12	—·08	—1·02	+·02	—·57	—·61	—·77	+·21	—·55	—·64	— ·81	+·38
VII	—·23	—·23	—1.14	—·04	—·59	—·77	—·78	+·23	—·55	—·79	— ·83	+·42
VIII	—·32	—·06	—1·18	—·02	—·57	—·68	—·64	+·27	—·60	—·98	— ·82	+·43
IX	—·40	—·34	—1·13	+·01	—·51	—·66	—·50	+·21	—·61	—·68	— ·87	+·39
X	—·44	—·40	—1·07	+·20	—·41	—·58	—·49	+·29	—·65	—·83	— ·90	+·19
XI	—·44	—·49	— ·95	+·30	—·33	—·42	—·51	+·16	—·67	—·73	— ·94	+·04
XII	—·44	—·36	— ·86	+·40	—·27	—·36	—·57	+·16	—·68	—·93	—1·04	—·09
I	—·30	—·32	— ·81	+·45	—·29	—·34	—·47	+·06	—·73	—·99	—1·11	—·09
II	—·25	—·46	— ·74	+·60	—·35	—·45	—·52	—·20	—·85	—·98	—1·15	—·12

Tabelle 52.

Gruppe	Mizusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah
1902 III	0"00	0"00	0"00	0"00	0"00	0"00
IV	— ·38	— ·02	— ·02	+ ·02	+ ·20	+ ·06
V	— ·56	·00	+ ·06	— ·10	+ ·12	+ ·24
VI	— ·46	— ·01	+ ·03	— ·13	+ ·27	+ ·36
VII	— ·35	+ ·02	+ ·02	— ·17	+ ·48	+ ·22
VIII	·00	+ ·06	+ ·06	— ·16	+ ·38	+ ·47
IX	— ·08	+ ·00	+ ·07	— ·06	+ ·42	+ ·58
X	— ·16	— ·02	+ ·09	— ·26	+ ·47	+ ·57
XI	— ·45	+ ·08	+ ·10	— ·23	+ ·38	+ ·57
XII	— ·46	+ ·03	— ·04	— ·24	+ ·39	+ ·71
I	— ·45	+ ·13	— ·03	— ·17	+ ·44	+ ·85
II	— ·40	+ ·17	+ ·03	+ ·01	+ ·30	+ ·82
1903 III	— ·41	+ ·36	+ ·06	+ ·16	+ ·36	+ ·90
IV	— ·40	+ ·33	+ ·09	+ ·16	+ ·32	+ ·79
V	— ·16	+ ·39	+ ·04	+ ·15	+ ·42	+ ·77
VI	— ·28	+ ·41	+ ·12	+ ·22	+ ·38	+ ·86
VII	— ·21	+ ·62	+ ·14	+ ·40	+ ·47	+ ·97
VIII	+ ·08	+ ·73	+ ·22	+ ·31	+ ·50	+1·12
IX	+ ·19	+ ·70	+ ·18	+ ·37	+ ·31	+1·08
X	+ ·03	+ ·82	+ ·12	+ ·56	+ ·22	+1·26
XI	+ ·05	+ ·88	+ ·10	+ ·37	+ ·29	+1·31
XII	+ ·14	+ ·80	+ ·10	+ ·38	+ ·27	+1·31
I	+ ·26	+ ·75	+ ·05	+ ·45	+ ·33	+1·34
II	+ ·06	+ ·86	+ ·16	+ ·47	+ ·48	+1·37
1904 III	+ ·27	+ ·87	+ ·02	+ ·56	+ ·30	+1·55
IV	+ ·03	+ ·95	+ ·04	+ ·66	+ ·50	+1·34
V	·00	+ ·92	— ·06	+ ·85	+ ·29	+1·41
VI	+ ·04	+1·04	— ·04	+ ·98	— ·09	+1·19
VII	·00	+1·10	— ·18	+1·01	— ·24	+1·25
VIII	+ ·26	+1·16	— ·11	+ ·91	— ·38	+1·25
IX	+ ·06	+1·14	— ·15	+ ·71	— ·07	+1·26
X	+ ·04	+1·27	— ·17	+ ·69	— ·18	+1·09
XI	— ·05	+1·25	— ·09	+ ·67	— ·06	+0·98
XII	+ ·08	+1·26	— ·09	+ ·73	— ·25	+0·95
I	— ·02	+1·26	— ·05	+ ·53	— ·26	+1·02
II	— ·21	+1·34	— ·10	+ ·32	— ·13	+1·03

Theoretischer Wert 0.

Bei der im § 4 gegebenen Ausgleichung der Σ_r nach einer linearen Form $a + x.t$ waren Größen x erhalten worden, die man ansehen kann als durchschnittliche oder ausgeglichene Schlußfehler, gültig über den ganzen Zeitraum von 9 Jahren; führt man eine entsprechende Rechnung für die Refraktionssterne während der 3 Jahre 1902 bis 1904 durch, so erhält man die Werte der 3. Spalte folgender Tabelle. Die 2. Spalte enthält die entsprechenden Größen für die Polhöhensterne nach den Rechnungen des § 4, die letzte Spalte beruht wieder auf den in Band II, p. 186 bis 188 gegebenen Differenzen. Wegen der

Verschiedenheit der zugrunde gelegten Zahlen weichen die Differenzen zwischen der 3. und der 2. Spalte von den Werten der 4. Spalte ein wenig ab.

Tabelle 53.

1902—1904	Polhöhenpaare nach § 4	Refraktions-paare nach Bd. II	Differenzen Refr.-Polh. (Bd. II)
Mizusawa	−0″13	+0″05	+0″18
Tschardjui	−0·50	+0·10	+0·55
Carloforte	−0·20	−0·25	−0·06
Gaithersburg	−0·26	+0·14	+0·42
Cincinnati	−0·27	−0·49	−0·19
Ukiah	−0·35	0·00	+0·37
Arithmetisches Mittel .	−0·29	−0·07	+0·21
Hieraus folgt weiter als			
Mittel der absoluten Beträge	0·29	0·17	0·30
quadratisches Mittel .	0·31	0·24	0·34

Den beigefügten Mitteln nach erscheinen die eigentlichen Polhöhenpaare stärker beeinflußt als die Refraktionspaare; für Tschardjui, Gaithersburg und Ukiah ist dies schon aus Tabelle 50 ersichtlich.

In den »Resultaten...« ist mit Generalmitteln, nämlich — 0″219 in Band III und — 0″190 in Band IV, weitergerechnet worden. Für eine einzelne Station, zum Beispiel Tschardjui, würden sich nach dem üblichen Reduktionsverfahren folgende 3 Systeme von Beiträgen zu den Deklinationsverbesserungen herausstellen, wenn man als Schlußfehler annimmt

für die Polhöhensterne nach Tabelle 53 . . . . — 0″50,
» » » » Band III und IV . . . . — 0·20,
» » Refraktionssterne nach Tabelle 53 . . . . + 0·10.

Tabelle 54.

Deklinations-Verbesserung		Bei einem Schlußfehler von			Mittlere Epoche	
		−0″50	−0″20	+0″10		
$\Delta\delta_{I}$	=	−0″23	−0″09	+0″05	Ende	Oktober
$\Delta\delta_{II}$	=	— ·19	— ·08	+ ·04	Anfang	Dezember
$\Delta\delta_{III}$	=	— ·15	— ·06	+ ·03	»	Jänner
$\Delta\delta_{IV}$	=	— ·10	— ·04	+ ·02	Ende	»
$\Delta\delta_{V}$	=	— ·06	— ·03	+ ·01	»	Februar
$\Delta\delta_{VI}$	=	— ·02	— ·01	·00	»	März
$\Delta\delta_{VII}$	=	+ ·02	+ ·01	·00	Mitte	April
$\Delta\delta_{VIII}$	=	+ ·06	+ ·03	— ·01	»	Mai
$\Delta\delta_{IX}$	=	+ ·10	+ ·04	— ·02	»	Juni
$\Delta\delta_{X}$	=	+ ·15	+ ·06	— ·03	»	Juli
$\Delta\delta_{XI}$	=	+ ·19	+ ·08	— ·04	»	August
$\Delta\delta_{XII}$	=	+ ·23	+ ·09	— ·05	Ende	September

Da $d\delta = d\varphi$ ist, so kann, mit Rücksicht auf die Zugehörigkeit der Gruppen zu den Jahreszeiten und wegen der Willkür in der Verteilung des Schlußfehlers, die jährliche Periodizität einer Stationspolhöhe wesentlich beeinflußt werden;[1] ferner dürften, bei der Verschiedenheit der Schlußfehler auf den verschiedenen Stationen, die »Polkoordinaten« x und y unsicherer sein, als bisher angenommen wurde.

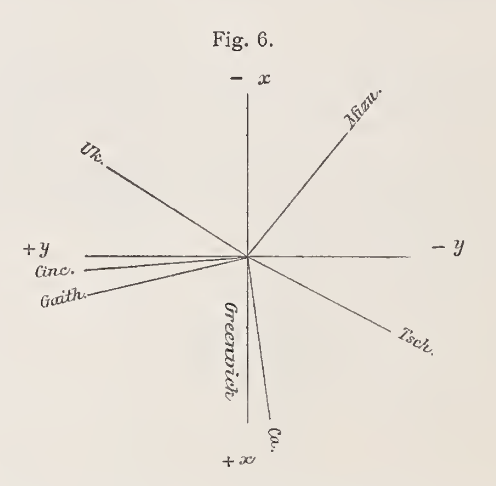
Herr Boccardi hat bereits im Jahre 1900[2] auf Abhängigkeit der Polhöhenvariation von der Zenitdistanz aufmerksam gemacht; er kommt zu dem Ergebnis: »il paraît que cette variation est un peu plus forte pour les groupes dont la distance zénithale est assez considérable«. Die Zenitdistanzen seiner Sterne liegen zwischen 0° und 20°.

Eine Veränderlichkeit mit der Zenitdistanz hat Herr K. Hirayama für die als »z-Glied« bekannte jährliche Periodizität[3] nachgewiesen; sein Beobachtungsmaterial ist das des internationalen Breitendienstes, die Zenitdistanzen liegen ebenfalls zwischen 0° und 20°.

Auch hieraus geht hervor, daß es verfrüht ist, die Ergebnisse aus der bisherigen Diskussion der Beobachtungen als definitiv anzusehen; es sind noch mehrere fremde Ursachen aufzusuchen und in bezug auf Größe ihres Einflusses zu prüfen.

Für die Bestimmung eines Polkreises sind 2 Stationen unbedingt nötig, bei 3 Stationen wäre schon Kontrolle und Ersatz vorhanden. Die Stationen auf einem Parallel anzuordnen ist allerdings vorteilhaft wegen Gleichheit der Sterndeklinationen und wegen der Ökonomie der Rechnung, aber nicht unbedingt nötig. Von Carloforte, als der sichersten Station ausgehend, käme eine amerikanische Station in Betracht, sodann Mizusawa.

Fig. 6.



Bei einem Zusammenhange mit Sonnen- und Mondperioden müssen die Zeiträume, über die gemittelt wird, nach diesen eingerichtet werden; hierzu gehören auch die Anschlußdauern, so daß schon das Beobachtungsprogramm diesen Perioden angepaßt werden muß. Auch das Verfahren, über die willkürlich gewählten Dauern der Gruppenanschlüsse hinweg zu mitteln, um die Deklinationsverbesserungen zu gewinnen, ist dann nicht angebracht. Bei der Reduktion muß man darauf Rücksicht nehmen, ob man die eine oder andere Periode isoliert darstellen oder ob man sie eliminieren will. Dadurch wird eine bessere Übereinstimmung zwischen innerer und äußerer Genauigkeit als bisher erreicht werden; auch wird die Zahl auszuschließender Beobachtungen auf das unumgängliche Maß zurückgeführt werden, falls ein Ausschluß überhaupt nötig sein sollte.

Die Anwendung der harmonischen Analyse auf die Beobachtungen zur Breitenvariation wird zurzeit noch durch 2 Umstände erschwert. Einmal verhindert die Abhängigkeit vom Wetter die erwünschte

[1] Siehe Tabelle 40, p. 63 [379].

[2] Étude sur la variation de la latitude à l'observatoire de Teramo, de M. Jean Boccardi. Comptes rendus, Paris, Band 130, p. 307; siehe auch Astronomische Nachrichten, Band 179, Nr. 4287, p. 243.

[3] On the results of the International Latitude Observations, 1900 — 1904, Tokyo, 1908. Astronomische Nachrichten, Band 179, Nr. 4281, p. 133.